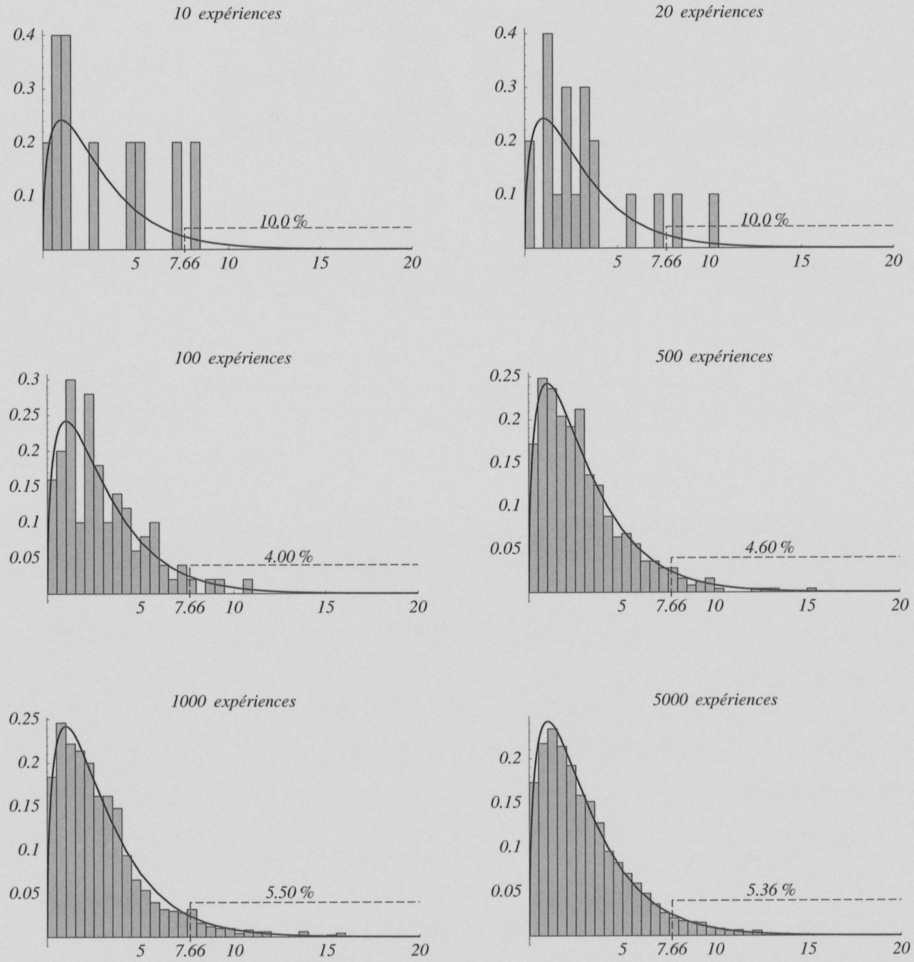
Bulletin

Februar 2006 – Février 2006

N° 100

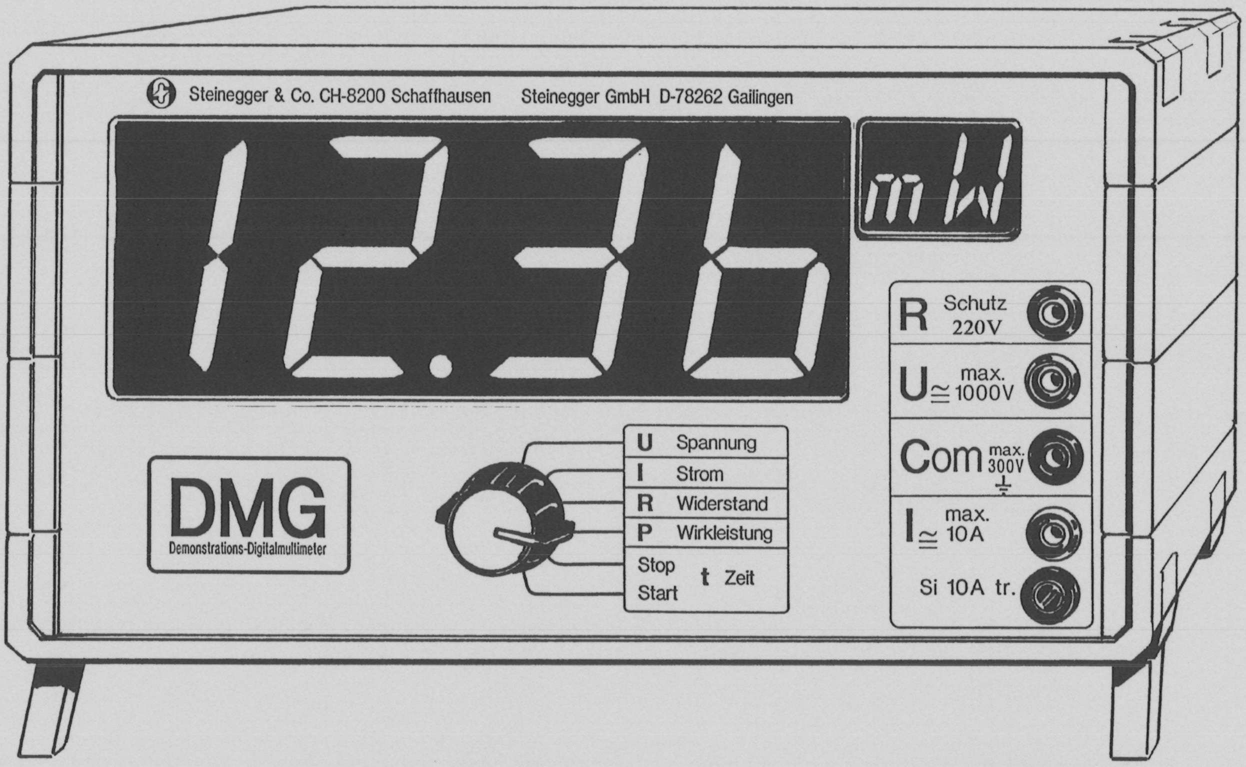


VSMP – SSPMP – SSIMF

Verein Schweizerischer Mathematik– und Physiklehrkräfte
Société Suisse des Professeurs de Mathématique et de Physique
Società Svizzera degli Insegnanti di Matematica e Fisica

Demonstrations-Digitalmultimeter DMG

Art. Nr. 150



Das vollautomatische Digitalmessgerät für Schulen; kompromisslose Qualität zu erstaunlich günstigem Preis!

- **Misst:**

Gleich- und Wechselspannung (echt eff.)	0.1 mV - 1000 V≅
Gleich- und Wechselströme (echt eff.)	1 µA - 10 A≅
Widerstände	0.1 Ω - 20 MΩ
Wirkleistung (!)	1 µW - 10 kW
Zeit (Stoppuhr)	0.01 s - 2'000 s

- **56 mm hohe Ziffernanzeige - bis auf 25 m Distanz ablesbar**
- **2'000 Messpunkte und integrierte 20 mm hohe Einheitenanzeige**
- **Vollautomatische Bereichswahl und raffinierte Einknopfbedienung**
- **Ausbau durch verschiedene Zusatzmodule**
- **Viele Zusatzgeräte direkt anschließbar**
- **Bestmöglicher Schutz in allen Bereichen**
- **Attraktiver Preis: SFr 895.- (inkl. MWSt)**

Die kostenlose "Kurzbeschreibung DMG" erhalten Sie direkt vom Hersteller:

Steinegger & Co.
Rosenbergstrasse 23
CH-8200 Schaffhausen

☎ : 052-625 58 90
Fax : 052-625 58 60
Internet: www.steinegger.de

In dieser Nummer – *Dans ce numéro*

Kurse

Internet-Adressen – Adresses Internet

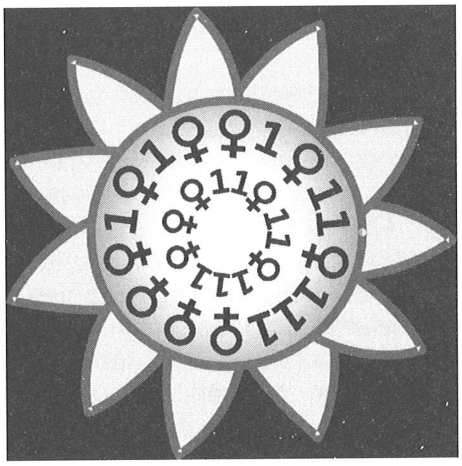
http://www.vsmp.ch — http://www.sspmp.ch — http://www.ssimf.ch

Page de titre

Exemples de graphiques obtenus à l'aide du module `chicarre` qui dessine l'histogramme des fréquences des χ^2 obtenus sur un certain nombre d'expériences. Voir l'article d'Alain Stucki, *Approche empirique du test* χ^2 *d'ajustement* (p. 18)

Informatik für alle von allen

Frauenförderung am Informatikdepartement der ETH Zürich



Judith Zimmermann
ist Doktorandin an der ETH Zürich und leitet die Frauenförderung zusammen mit Ruedi Arnold.

88% der Beschäftigten in der Informatik sind Männer. Kann es sich die Informationsgesellschaft leisten, auf das Potenzial der Hälfte der Bevölkerung zu verzichten?

IT-Lösungen sind in unserer Gesellschaft allgegenwärtig. Wer aber entscheidet, wie und worin die IT-Produkte uns unterstützen? Zu diesem Thema hat ein Manager eines grossen Softwarekonzerns zu mir gesagt: „Wir haben realisiert, dass wenn wir nur Männer zwischen 20 und 30 Software entwickeln lassen, auch nur Software für Männer zwischen 20 und 30 entwickelt wird!" IT-Produkte werden aber von allen Teilen der Gesellschaft benutzt und müssen auch allen gerecht werden. Um diese hohen Anforderungen zu erfüllen, braucht es auch das Potenzial der Frauen. Deshalb betreiben wir gezielt Frauenförderung. Wir wollen mit unseren Aktivitäten mehr Frauen für ein Informatikstudium gewinnen und bieten auch für Studentinnen zahlreiche Aktivitäten an.

Wir bitten Sie, Ihren Schülerinnen am Gymnasium unser Angebot vorzustellen, respektive darauf hinzuweisen:

- **Schnupperstudium Informatik**: In einem einwöchigen Vollzeitkurs für Gymnasiastinnen wird das Informatikstudium an der ETH vorgestellt und Informatik als Beruf thematisiert. Das Schnupperstudium findet jeweils im März und im September statt. Lesen Sie dazu den Erfahrungsbericht von Nora Zoller im zweiten Teil dieses Beitrags.
- **Maturaarbeiten**: Unterstützung bei Maturaarbeiten auf dem Gebiet Informatik.
- **Mittelschülerinnentage**: Während eines halben Tages stellen wir interessierten Gymnasiastinnen das Informatikstudium vor.

Mehr Informationen zur Frauenförderung am Informatikdepartement der ETH Zürich finden Sie online unter: **www.frauen.inf.ethz.ch**. Sie können auch gerne direkt auf mich zukommen: **judithz@inf.ethz.ch**.

Schnupperstudium Informatik - Ein Erfahrungsbericht aus erster Hand

Nora Zoller
Teilnehmerin im Schnupperstudium 05 und um eine Erfahrung reicher

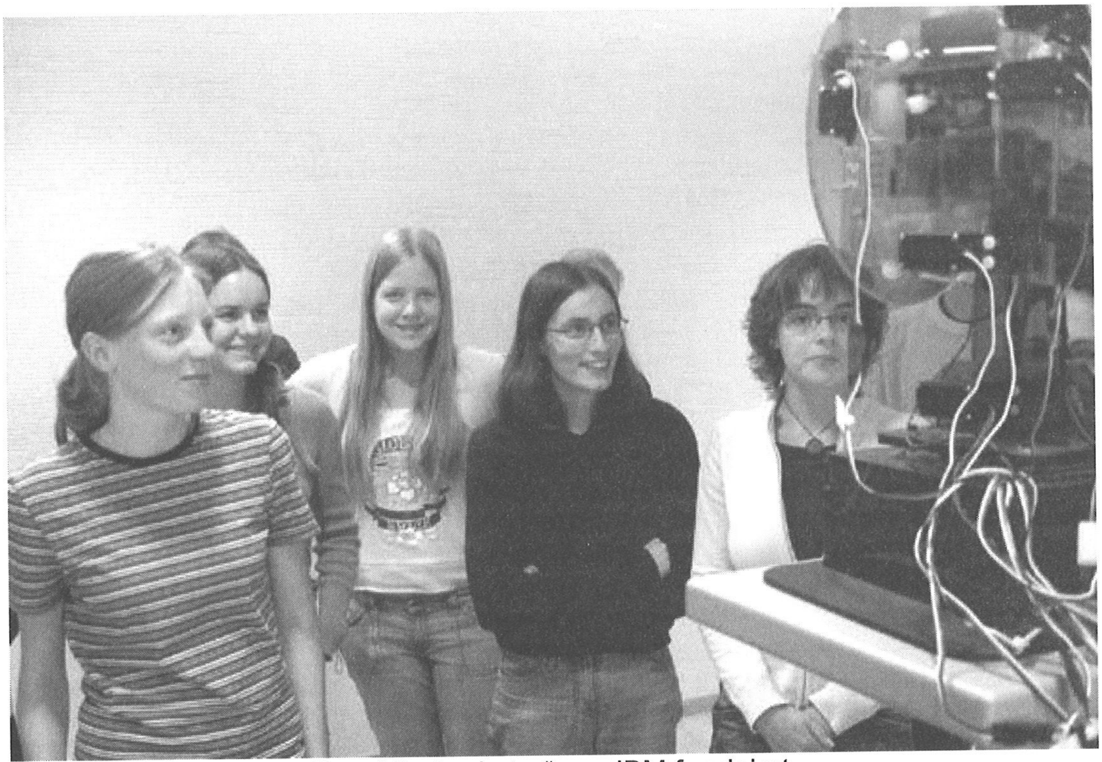
„Am Montagmorgen traf ich auf der Suche nach dem Informatikgebäude der ETH auf einige andere Mädchen, die ebenfalls versuchten, sich mit Hilfe des Plans zurechtzufinden. Etwas verspätet fanden wir dann schliesslich gemeinsam doch noch den Ort, wo das Schnupperstudium Informatik stattfinden würde. Nach einem Gipfeli mit Orangensaft und einem kurzen Einstiegsvortrag gingen wir in den Computerraum, wo jede von uns am Computer selbstständig an einem Java Tutorial arbeitete. Unterstützung bekamen wir dabei von den Tutoren, die immer mit Rat und Tat beiseite standen. Nach der Mittagspause hörten wir zuerst einen Vortrag über Lernumgebungen. Wir lernten zum Beispiel „Kara", den programmierbaren Marienkäfer kennen. In einem weiteren Vortrag erfuhren wir dann, was Echtzeitsimulationen sind und konnten auch ein paar Beispiele anschauen. Da gab es einiges zu lachen, als wir die schmelzende Kuh, den zerspringenden Drachen oder den herunterfallenden Hasen beobachten konnten. Zum Schluss besuchte uns eine „echte" Informatikerin, die von ihrem Beruf und ihren Aufgaben erzählte.

Gruppenfoto des Schnupperstudiums im Herbst 05

Den nächsten Morgen verbrachten wir nach einem kurzen Input wieder im Computerraum, wo wir programmierten was das Zeug hielt und dabei auch grosse Fortschritte machten. Am Nachmittag erfuhren wir in einem Referat endlich, was Informatik eigentlich ist. Anschliessend erhielten wir von einer Studentin Informationen zum Studium und konnten dabei auch Fragen stellen. Anschliessend erfuhren wir von einer anderen Informatikerin, was sie für einen Job hat, wie sie dazu gekommen ist und wie sie Karriere gemacht hat. Es war sehr spannend zu hören, was sie im Berufsleben für Erfahrungen gemacht hat. Am runden Tisch hatten wir dann Gelegenheit, mit Studentinnen ins Gespräch zu kommen. Von dort aus ging es gleich weiter in ein italienisches Restaurant, wo der Spaghettiplausch stattfand. Bei dem leckeren Essen und dem anschliessenden Dessert konnten wir plaudern, Kontakte knüpfen und natürlich auch hitzige Diskussionen führen.

Der Mittwoch begann wie jeder Tag mit dem Java Tutorial. Nach dem Mittagessen wurden wir dann von drei hübschen Studenten durch den Campus geführt. Bevor der Tag zu Ende war, hörten wir noch einen Vortrag über Informatikprojekte. Es war interessant und teilweise auch lustig zu hören, wie riesige Projekte an peinlichen Kleinigkeiten scheiterten.

Auch am Donnerstagmorgen arbeiteten wir wieder, jede in ihrem Tempo, an den Tutorials weiter. Im Kryptographievortrag am Nachmittag bekamen wir eine kleine Einführung in die Kryptographie. Wir erfuhren, wie wichtig Verschlüsselung überhaupt ist. Dann lernten wir einige Möglichkeiten, Nachrichten zu verschlüsseln, kennen. Schon bald war es Zeit, uns auf den Weg nach Rüschlikon zu machen, wo wir das Forschungszentrum von IBM besuchen konnten. In einem Konferenzraum waren schon Getränke und Kuchen für uns bereitgestellt. Wir wurden begrüsst und erfuhren als Erstes einiges über die Firma IBM. Danach erzählten uns drei Frauen, die in unterschiedlichen Bereichen bei IBM arbeiteten, von ihrer Arbeit. Nun wurden wir in den Showroom geführt, wo man uns einige Prototypen zeigte, die IBM gebaut hatte. Darunter war ein PDA, der alles, was man ihm sagte, in eine andere Sprache übersetzen konnte, ein Roboter, der via Kamera unseren Gesichtsausdruck deutete, eine Waage, die erkannte, was für ein Produkt auf ihr drauf lag, ein Einkaufsladen, der keine Kasse mehr brauchte und noch viel (un-)vorstellbares mehr.



Der „Mimikroboter“ von IBM fasziniert.

Nun war auch schon der letzte Tag gekommen. Ein letztes Mal noch arbeiteten wir am Tutorial. Am Nachmittag hörten wir einen Vortrag von einem Professor. Er sprach über „Ubiquitous Computing“. Er zeigte uns die Entwicklungen in der Vergangenheit der Informatik auf und legte mögliche Szenarien für die Zukunft dar. Der Blick in die Zukunft war sehr spannend, zumal auch wir in einigen Jahren daran mitgestalten könnten... Bevor wir alle wieder nach Hause kehrten, gab es noch einen Apéro, wo wir uns voneinander verabschiedeten und Adressen austauschten.

Nun, da die Woche vorbei ist, möchte ich allen, die sich dafür interessieren ans Herz legen, sich einfach anzumelden. Im Schnupperstudium hast du die Möglichkeit, dir das Informatikstudium näher anzusehen. Es ist eine super Gelegenheit, einen Einblick in die Informatik zu bekommen, Kontakte zu knüpfen, und sich ein Bild vom Studium zu machen. Auch wenn man noch nicht viel Erfahrung mit Computern hat, ist es kein Problem. Es lohnt sich auf jeden Fall, diese Chance zu nutzen!“

Geschichten erzählen ... . Ein Plädoyer für den narrativen Unterricht.

„Geschichten" kann eine Lehrkraft gar nicht entgehen, wenn sie Informationen im Geiste der Adressaten, d.h. der Schülerinnen und Schüler vermitteln will. Von dieser These geht der Piaget-Schüler *Fritz Kubli*, langjähriger, erfahrener Physik- und Mathematiklehrer an der Kantonsschule Zürich-Enge, in seinem neuesten Werk aus. Da sich die geistige Entwicklung von Jugendlichen am Dialog und damit an der Sprache orientiert, empfiehlt der Autor, (auch) im Erzählmodus zu unterrichten, die Kunst des Erzählens im Unterricht zu pflegen und zu entwickeln. Er sieht darin ein pädagogisch-didaktisches Mittel, naturwisenschaftliche Fächer und Mathematik beliebter zu machen und das Interesse der jungen Menschen, zumal auch der Frauen, an naturwissenschaftlichen Fragestellungen zu wecken. Im Mathematikunterricht sind es vielleicht Anekdoten, die eine Denkweise beleuchten; im naturwissenschaftlichen Unterricht können zudem Begleitumstände von Denkprozessen in Experimenten verdeutlicht werden, etwa mit Galileis geneigter Ebene, Newtons Spektrum oder Faradays Induktion. Diese Experimente werden viel attraktiver, wenn nicht nur das Phänomen gezeigt, sondern auch die Geschichte „dahinter" erzählt wird. Mit dem Erzählen werden nicht nur Erkenntnisse der Lernenden angeregt, sondern auch ihre Emotionen geweckt. Wirkungsvolles Erzählen muss deshalb auf die Zuhörer und ihre augenblicklichen affektiven Bedürfnisse bezogen sein.

Kublis Buch besteht aus drei Teilen, die unabhängig voneinander gelesen werden können.

In den ersten fünf Kapiteln wird die Funktion des Erzählens im Unterricht anhand von Beispielen, z.B. der Theorie des Regenbogens, illustriert, erklärt und im Rahmen der Erzähltheorien von Michail Bachtin und Lew Vygotsky interpretiert. Der Autor stützt sich dabei auch auf Interviews, die er zum Thema „Geschichten im Unterricht" mit ehemaligen Schülerinnen und Schülern geführt hat. Erzählen heisst aktives Einwirken; Erzählen ist dabei weniger ein Resultat der (historischen) Gelehrsamkeit der Lehrkraft als eine Lebensäusserung, ein Ausdruck ihrer Offenheit. Dabei geht es um „performatives", auf den Adressaten bezogens, zielgerichtetes Erzählen (Adressivität). Erzählen vernetzt, zeigt Querverbindungen zu anderen Wissensgebieten, auch den Geisteswissenschaften, auf. Es fördert das Verstehen als aktiven Prozess und gibt den Adressaten die Möglichkeit, den Sinn des Präsentierten aktiv zu rekonstruieren.

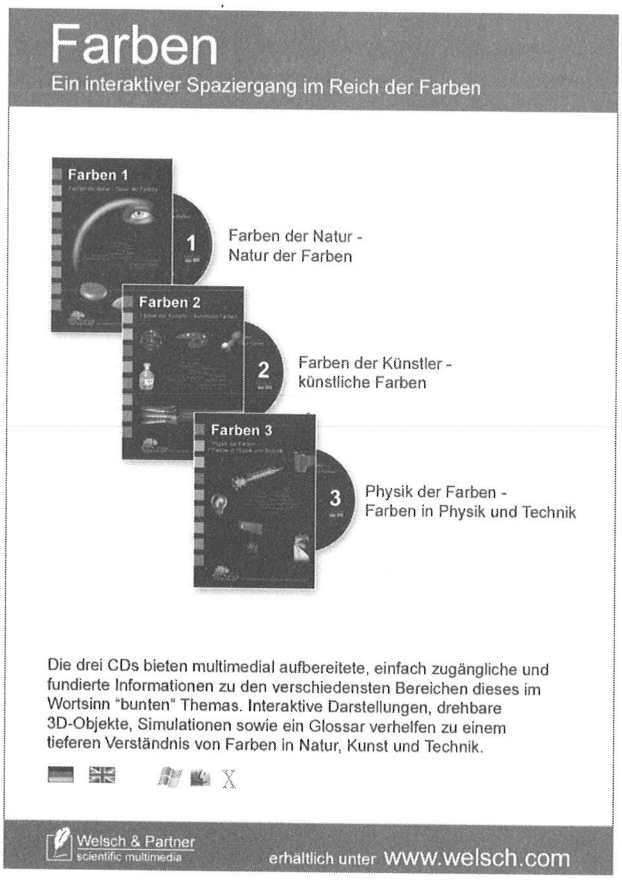
Im Zentrum des zweiten Teils, der etwa zwei Drittel des ganzen Buches umfasst, stehen historische Begebenheiten. Geschichten, Ereignisse aus der Geschichte der Mathematik, der Physik, der Chemie und der Biologie, die im Unterricht erzählt werden können. Für interessierte Lehrkräfte, besonders auch für jüngere Unterrichtende, ist dieser Teil des Buchs zusammen mit den bibliografischen Angaben eine Fundgrube für „Anekdoten mit Pfiff", Biografien von Forschenden, spannende Ereignisse aus dem Leben genialer Persönlichkeiten, deren Arbeiten Mathematik und Naturwissenschaften geprägt haben. Vertreten sind eine grosse Zahl zentraler Figuren aus diesen Bereichen, von Gauss bis Darwin, von Newton bis Pauling.

Ein kurzer dritter Teil gibt schliesslich Einsicht in Interviews mit ehemaligen Schülerinnen und Schülern, die mit einer narrativen Methode geführt wurden und den Ausgangspunkt für Kublis Buch bilden. Sie machen die Bedeutung von Geschichten im Unterricht in verschiedenen Facetten deutlich, von der Verständnishilfe für den Lehrstoff dank historischer Bezüge bis zum Erzählstoff für den abendlichen kollegialen Kreis junger Leute.

Fritz Kubli weist mit Recht auf die grosse Bedeutung des echten Dialogs zwischen Lehrkräften und Lernenden im Unterricht und auf die narrative Methode hin. Geschichten im Unterricht und historisch-biografische Hinweise erleichtern den Zugang zu schwierigen Inhalten; sie sind keine Konkurrenz sondern eine ideale Ergänzung der rational-deduktiven Unterrichtsmethode. Das Buch ist allen Lehrkräften zu empfehlen, die sich für historische Hintergründe der Fächer Mathematik, Physik, Chemie und Biologie interessieren und diese Inhalte direkt in ihren Unterricht übertragen möchten.

Hans Kammer, Gymnasium Köniz-Lerbermatt

Fritz Kubli, Mit Geschichten und Erzählungen motivieren. Beispiele für den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht.
Aulis Verlag Deubner, Köln, 2005, 280 Seiten, 24 x 17 cm, broschiert, ISBN 3-7614-1611-9, Best.-Nr. 3-02611
Vorzugspreis bis 15.8.2006 Fr. 38.70, danach Fr. 42.20



Farben: 3 CDs auch für die Schule. Rezension

Basierend auf dem in zweiter Auflage erschienen wunderschönen und didaktisch hervorragend aufgebauten Buch *Farben: Natur, Technik, Kunst* haben Norbert Welsch und seine Mitarbeiter die wesentlichen Inhalte in 3 didaktisch konzipierte CDs umgesetzt. **Die Inhalte** können auf der im Inserat angegebenen Webseite eingesehen werden. Jede CD behandelt unter je zwei Haupttiteln zwei spezifische Aspekte. So befasst sich die erste Scheibe unter *Farbe und Licht* mit grundlegenden physikalischen und chemischen Aspekten während *Das menschliche und tierische Sehsystem* Aufbau und Funktion des Auges zeigt. Die zweite Scheibe bietet im Teil *Allgemeines und Kunst* einen auf Malerei und Grafik bezogenen Themenüberblick (Farbkontraste, Farbmischung, Farbsysteme), der z.B. in einem Abschnitt auch Farbsymbolik aufgreift. Der Teil *Chemie der Farben* wirkt für mich am homogensten. Wen wundert's, der Chef Norbert Welsch ist von Haus aus Chemiker, organische Richtung. Auf der dritten Scheibe werden die physikalischen Grundlagen unter *Licht und Farbe* von der Atom- und Quantentheorie her ergänzt. Der Teil *Farben in der Technik* schliesst das Werk mit einer ganzen Reihe von Anwendungen ab. dabei sind mir die Funktionsdarstellungen des CCD-Chips und des Lasers speziell aufgefallen.

Darstellung und Navigation, die durch das ganze Werk beibehalten werden, sind sehr benutzerfreundlich gestaltet. Eine Seite besteht fast durchwegs aus einem Textteil und einem meist interaktiven Bildteil. Daneben wird links unten sehr dezent stets ein passender Stichwort-Auszug aus dem umfangreichen Glossar eingeblendet und falls benutzt, wird der zum Stichwort gehörende Eintrag in einem unteren Textfeld eingeblendet. Die Interaktivität wird sehr unterschiedlich und manchmal überraschend eingesetzt, so dass das selbsttätige Erkunden eine spielerisch-vergnügliche Note erhält. Das geht vom Einblenden von Bezeichnungen in den Bildern oder zusätzlichen Erläuterungen (sparsam) über den Ablauf chemischer Strukturumwandlungen bis zum interaktiven Applet, bei dem verschiedene Farbwellenzüge überlagert werden, Beugung und Interferenz am Mehrfachspalt (CD 3) mit einer ganzen Reihe einstellbarer Parameter. Ganz spannend fand ich, wie die Funktion von Stäbchen und Zapfen bei sich (steuerbar) änderndem Lichteinfall dargestellt ist (CD 1). Überhaupt wird die Reaktion der Netzhaut in vielen Applets sozusagen als optische Randbemerkung dargestellt; ein feines Feature. Kleine Höhepunkte sind auch das virtuelle und lehrreiche Experimentieren mit additiver und subtraktiver Farbmischung (CD 2). Auf Effekthascherei wird aber konsequent verzichtet. Bemerkenswert: viele Bilder erscheinen zunächst ohne Beschriftung, so dass man voll "im Bild" ist und sich zunächst auf dieses allein konzentrieren kann; allerdings ginge es an einigen Stellen ganz gut ohne Rollover-Effekt. Rasch ist man mit der Struktur der Seiten vertraut und kann sich dadurch wirklich dem immer anregenden Inhalt hingeben.

Fazit: Ein sorgfältig, nach didaktischen Gesichtpunkten aufgebautes, erfreuendes Werk, das ein über die Naturwissenschaften hinaus wichtiges Thema fächerübergreifend darstellt. Der Stoff ist nicht lehrbuchhaft aufgebaut, sondern dokumentarisch aber fesselnd dargestellt. Nur an wenigen Stellen ist die Themenwahl unbefriedigend, da in der kurzen Darstellung zu wenig selbsterklärend. Fehler habe ich nur wenige und nicht gravierende gefunden. Das Niveau spricht bruchlos viele Stufen an und geht mit den Anwendungen der Quantenmechanik bis an die Grenzen des Mittelschulstoffes. Durch den sehr zurückhaltenden Einsatz von Formeln wirkt die Darstellung nie abschreckend. Interessierten, neugierigen Schülern, aber auch allen Erwachsenen bieten die Scheiben viel und ermuntern zur weiteren Beschäftigung mit dem Dargebotenen. Sie sollten in keiner Mittelschul-Mediothek fehlen. Da die Sequenzen auf den Scheiben stets in sich abgeschlossen sind, eignen sie sich für der Einsatz im Unterricht der Naturwissenschaften und der Kunst. Die zusätzliche Anschaffung des Buches Farben ist sehr zu empfehlen. Es ist ebenso erfreulich in die Hand zu nehmen. Vieles entspricht dem auf den Scheiben Dargestellten, enthält aber weitergehende Informationen und eine Reihe zusätzlicher Abschnitte.
Die CDs können direkt bei Welsch & Partner zum Preis von Euro 14.95 pro Scheibe bestellt werden. Das Buch *Farben* von Norbert Welsch und Claus Liebmann (ISBN 3-8274-1563-2) ist bei Elsevier Spektrum Akademischer Verlag erschienen und kostet Fr. 96.-
Urs Zimmermann, DPK

Buchbesprechung

Alfred Höhn/ Martin Huber
Pythagoras. Erinnern Sie sich?
Orell Füssli Verlag AG, Zürich, 2005
Deutschschweizerische Mathematikkommission
ISBN 3-280-04040-X

Um ehrlich zu sein: Ich erinnere mich nicht. Selbstverständlich haben wir damals den Satz des Pythagoras behandelt, zur Kenntnis genommen und auswendig gelernt. Spuren hat er aber keine hinterlassen. Ich weiss nicht mehr, ob und wie er bewiesen worden ist. Er scheint im faszinationslosen Stoffbrei untergegangen zu sein. In den mathematischen Lehr- und Wanderjahren nach dem Studium konnte ich dann allerdings Einiges nachholen. Wie hätte ich mir damals ein solch wunderbares Lesebuch gewünscht!
Wenn ein malender Architekt und ein seriöser Mathematiker sich zusammen tun, muss fast zwangsläufig etwas Originelles heraus kommen. Es ist den beiden Autoren gelungen, ein filigranes Netzwerk aus Geometrie, Zahlentheorie und Kulturgeschichte zu weben. Genüsslich habe ich Seite um Seite in diesem sehr schön aufgemachten und in jeder Hinsicht farbigen Büchlein gelesen. Schritt um Schritt mit klaren Definitionen wird man durch die zahlreichen Anwendungen der Pythagoreischen Dreiecke und Zahlentripel geführt. Mit grosser Freude bin ich einem alten Bekannten, dem Knauth'schen Dreieck, begegnet. Welche Fülle von interessanten Aufgaben aus dieser einfachen Figur entsteht, konnte nur angedeutet werden. Wie die Autoren den Bogen zum goldenen Schnitt, der Harmonik und den Eiformen der Megalithkultur gespannt haben, ist schon beeindruckend.
Bei der gängigen Konstruktion des goldenen Schnittes wäre eventuell ein Hinweis zum Potenzsatz nützlich gewesen. Hin und wieder erwähnen die Autoren den Einsatz des Computers. Für eine Aufgabensammlung mit Beispielen, bearbeitet mit Dynamischer Geometrie Software, Tabellenkalkulation und CAS, wäre das Buch eine wahre Fundgrube. Diese Ergänzung (in Form einer CD) könnte da und dort zur Vertiefung des angebotenen Stoffes und zur Visualisierung schwierigerer Zusammenhänge sehr nützlich sein. Um den Rahmen des Werkes nicht zu sprengen und den Lesefluss nicht zu hemmen, haben die Autoren mit Recht darauf verzichtet. Wer sich intensiv mit dem Inhalt beschäftigt, kann natürlich den Computer selber warm laufen lassen. Vielen Lehrpersonen fehlt aber (leider) die Zeit dazu.

Fazit: Das Büchlein gehört in jede Handbibliothek von Mathematiklehrerinnen und – lehrer. Es eignet sich jedoch auch hervorragend für Facharbeiten, mathematische Aufsätze oder kleine Vorträge in der Schule. Darüber hinaus werde ich es auch an mathematisch interessierte Freunde und Bekannte verschenken. Für diese kann das Glossar eine willkommene Hilfe zur Erinnerung sein.
Liebe Autoren: herzlichen Dank! Und noch etwas: Hört bitte nicht mit Schreiben auf!

Albert A. Gächter

JEUX AVEC LES CHIFFRES DES DÉVELOPPEMENTS DÉCIMAUX DE QUELQUES RATIONNELS

Jean Luc Bovet, Auvernier

Notre merveilleuse manière d'écrire les nombres, due, dit-on, aux Indiens via les Arabes, présente en plus de son efficacité incontestable des aspects parfois étonnants. Certaines propriétés sont bien connues, d'autres peut-être un peu moins.

1. Je vous laisse déterminer les 6 premiers multiples du nombre 142857 ou les 12 de 076923 au cas où vous ne l'auriez jamais fait. Je ne vous ferai pas l'injure d'une démonstration du phénomène : calculez simplement le développement décimal de 1/7, 2/7… et de 1/13, 2/13… ; le reste coule de source.

2. (Pour simplifier l'écriture, je note $0,\{142857\}$ pour $0,142857142857\ldots$).
Parmi les développements périodiques présentant un nombre pair de chiffres dans la période, certains ont la propriété suivante : la deuxième moitié de la période est le complément à 9 de la première moitié : par exemple $1/7 = 0,\{142\underline{857}\}$.
$1 + 8 = 4 + 5 = 2 + 7 = 9$
Il en va ainsi chaque fois que le développement est issu de la division par un nombre premier ou par une puissance de celui-ci.
$1/49 = 0,\{020408163265306122448\underline{979591836734693877551}\}$
Démontrons la chose avec une période de 6 chiffres, la généralisation étant immédiate.
Soit $1/p = 0,\{abcdef\}$. Alors $10^6/p = abcdef + 1/p$, puis $(10^6\text{-}1) / p = abcdef$: entier.
Donc p divise 10^6-1 donc p divise $(10^3\text{-}1)(10^3+1)$.
Or si p (premier) divise un produit, il divise l'un des facteurs. Il ne saurait diviser le premier : la période serait alors de longueur 3 (ou moins) et non 6 ; p divise donc 10^3+1.
$(10^3+1) / p$ s'écrit abc,$\{defabc\} + 0,\{abcdef\}$ c'est-à-dire $abc,\{(a + d)(b + e)(c + f)\}$ et il est entier. Donc ou bien $a + d = b + e = c + f = 0$, (ce qui n'est pas possible), ou bien ces trois sommes valent chacune 9, ce qu'il fallait démontrer.
Si nous avions p^k au dénominateur, les facteurs premiers de p^k, tous égaux à p ne sauraient diviser simultanément 10^3+1 et $10^3 - 1$ qui sont impairs et qui diffèrent de 2.

3. La contemplation de certains développements décimaux crée parfois des états d'âme :

   A) dans le début de la période
   $1/49 \quad = 0,\{02\ 04\ 08\ 16\ 32\ 65\ldots\}$.
   $1/19 \quad = 0,\{0526315789\ldots\}$ ou plus visiblement
   $1/199 = 0,\{005\ 025\ 125\ 628\ldots\}$ où le report des retenues ne trouble la vision que plus tard.
   Quelle est la raison de l'apparition des puissances de 2 ou de 5 dans ces développements ?

B) dans la fin de la période
1/19 = 0,{...4736 8 4 2 1} ou plus visiblement dans
1/199 = 0,{...728 64 32 16 08 04 02 01}
1/29 = 0,{...4137 9 3 1} ou plus visiblement dans
1/299 = 0,{...143 81 27 09 03 01}
1/399 = 0,{...656 64 16 04 01}
Pourquoi les puissances de 2, 3 ou 4 interviennent-elles dans ces développements ?

C) dans le début
1/89 = 0,{01123595505...} ou plus visiblement dans
1/998999 = 0,{000 001 001 002 003 005 008 013 021 034 055 089 144 233 377 611...}
Que vient faire ici la suite de Fibonacci ?

D) dans la fin
1/109 = 0,{...23853211} ou plus visiblement dans
1/10099 = 0,{...444 89 55 34 21 13 08 05 03 02 01 01}
Encore une intervention de Fibonacci !

* * *

A) On sait que $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \cdots$ Faisons $x = \frac{1}{20}$ et enlevons 1 de chaque côté

Il vient $\frac{1}{19} = \frac{1}{20} + \frac{1}{20^2} + \ldots$

```
0 . 0 5
0 . 0 0 2 5
0 . 0 0 0 1 2 5
0 . 0 0 0 0 0 6 2 5
0 . 0 0 0 0 0 0 3 1 2 5
0 . 0 0 0 0 0 0 0 1 5 6 2 5
0 . 0 0 0 0 0 0 0 0 0 7 8 1 2 5
0 . 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3 9 0 6 2 5
0 . 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 9 5 3 1 2 5
0 . 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 9 7 6 5 6 2 5
0 . 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 8 8 2 8 1 2 5
0 . 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 4 4 1 4 0 6 2 5
0 . 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 2 2 0 7 0 3 1 2 5
0 . 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 6 1 0 3 5 1 5 6 2 5
0 . 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 3 0 5 1 7 5 7 8 1 2 5
0 . 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 5 2 5 8 7 8 9 0 6 2 5
0 . 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 7 6 2 9 3 9 4 5 3 1 2 5
---------------------------------------------------------------------------
0 . 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9 4 7 3 6 8 4 2 1|0 5 2 6
```

De même $\frac{1}{49} = \frac{1}{50} + \frac{1}{50^2} + \ldots$ d'où le développement en puissances de 2 ou de 5.

B) Démontrons la chose pour $\frac{1}{19} = 0,\{052631578947368421\}$:

La période du développement est formée de 18 chiffres. Soit P le nombre qui s'écrit avec ces chiffres. $P = 052631578947368421$

$$\frac{1}{19} = P(10^{-18} + 10^{-36} + \cdots)$$

$$\frac{10^{18}}{19} = P(1 + 10^{-18} + 10^{-36} + \cdots) = P + \frac{1}{19}.\ \text{D'où } P = \frac{10^{18}-1}{19}.$$

D'autre part

$$1 + 20 + \cdots + 20^{17} = \frac{20^{18}-1}{19} = \frac{20^{18} - 10^{18} + 10^{18} - 1}{19} = \frac{(2^{18}-1)\cdot 10^{18} + 10^{18} - 1}{19} = \frac{(2^{18}-1)}{19}\cdot 10^{18} + P$$

C'est-à-dire que, $(2^{18}$ -1) étant divisible par 19 en vertu du théorème de Fermat,
$1 + 20 + \cdots + 20^{17} = P +$ un nombre qui se termine par 18 zéros.
En résumé, la situation est donc la suivante :

																						1
																					2	0
																				4	0	0
																			8	0	0	0
																	1	6	0	0	0	0
																3	2	0	0	0	0	0
															6	4	0	0	0	0	0	0
													1	2	8	0	0	0	0	0	0	0
												2	5	6	0	0	0	0	0	0	0	0
											5	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
									1	0	2	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
								2	0	4	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
							4	0	9	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
						8	1	9	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
				1	6	3	8	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
			3	2	7	6	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		6	5	5	3	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	3	1	0	7	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	8	4	2	1	**0**	**5**	**2**	**6**	**3**	**1**	**5**	**7**	**8**	**9**	**4**	**7**	**3**	**6**	**8**	**4**	**2**	**1**

Reste à comprendre l'intervention de Fibonacci.

C) A gauche.

$$\frac{1}{89} = \frac{1}{100-11} = \frac{\frac{1}{100}}{1-\frac{11}{100}} = \frac{1}{100}\cdot\left(1 + \frac{11}{100} + \left(\frac{11}{100}\right)^2 + \cdots\right),$$

c'est-à-dire
$$\begin{array}{l} 0{,}01 \\ +0{,}0011 \\ +0{,}000121 \\ +0{,}00001331 \\ \underline{+\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots} \end{array}$$

On reconnaît (au report des décimales près à partir de la 5ème ligne) le triangle de Pascal.

Remettons-le dans sa disposition habituelle :

0	0	1													
0	0	0	1	1											
0	0	0	0	1	2	1									
0	0	0	0	0	1	3	3	**1**							
0	0	0	0	0	0	1	4	**6**	4	1					
0	0	0	0	0	0	0	1	**5**	10	10	5	1			
0	0	0	0	0	0	0	0	**1**	6	15	20	15	6	1	

1						
1	1					
1	2	1				
1	3	3	**1**			
1	4	**6**	4	1		
1	**5**	10	10	5	1	
1	6	15	20	15	6	1

a						
b	c					
d	e	f				
g	h	i	**j**			
k	l	**m**	n	o		
p	**q**	r	s	t	u	
v	w	x	y	z	A	B

La somme 1 + 6 + 5 + 1 se présente alors en diagonale. Regardons-la avec les lettres : $v = p$ (=1), $q = k + l$, $m = h + i$, $j = f$ (=1). Donc chaque diagonale est la somme des deux précédentes ce qui est la règle de Fibonacci.

D) A droite.

$$\frac{1}{109} = 0,\{009174311926605504587155963302752293577981651376146788$$
$$990825688073394495412844036697247706422018348623853211\}$$

Soit P le nombre qui s'écrit avec les 108 chiffres de la période de $\frac{1}{109}$. Comme précédemment, $P = \frac{10^{108}-1}{109}$

D'autre part,

$$S = 1+110+110^2+\cdots+110^{107} = \frac{110^{108}-1}{109} = 109^{-1}\cdot(11^{108}\cdot10^{108}-10^{108}+10^{108}-1)$$
$$= 109^{-1}\cdot(11^{108}-1)\cdot 108 + P$$

Les 108 derniers chiffres de S sont donc ceux de P, $109^{-1}\cdot(11^{108}-1)$ étant entier selon Fermat. Calculons S

.

					1
				1	1
			1	2	1
		1	**3**	3	1
	1	4	6	**4**	1
1	5	10	10	5	**1**

					1
				1	1
			1	2	2
		1	**3**	3	1
	1	4	6	**4**	1
1	5	d	d	5	**1**

					a
				b	c
			d	e	f
		g	**h**	i	j
	k	l	m	**n**	o
p	q	r	s	t	**u**

On reconnaît de nouveau le triangle de Pascal. De même qu'avant on voit que chaque diagonale est la somme des deux précédentes : règle de Fibonacci.

* * *

Remarques

1. La suite des décimales de la période de 1/109 recèle d'autres surprises. Pour la décaler, calculons 21/109 :

$$21/109 = 0,\{192660550458715596330275229357798165137614678899082568$$
$$807339449541284403669724770642201834862385321100917431\}.$$

On voit qu'à droite on n'a plus la suite de Fibonacci, mais celle de Lucas !

2. D'ailleurs, à partir de tous les chiffres précédés d'un chiffre plus grand, vers la gauche, on trouve une « supersuite » de Fibonacci. Sils sont précédés d'un chiffre plus petit, il faut simplement leur ajouter 1.

3. La fréquence des différents chiffres est très constante : chacun intervient 11 fois sauf 0 et 9 qui interviennent 10 fois.

4. D'autre part cette suite a une propriété très remarquable (probabilité < 10^{-46} dans une suite aléatoire) : les 108 nombres formés par deux chiffres consécutifs (y compris le 108$^{\text{ème}}$ et le 1$^{\text{er}}$) sont 00, 01, … ,99 , chacun 1 fois, sauf pour les doubles 11, 22, … ,88 : chacun 2 fois. Cela ne saurait être dû au hasard, et je vois une explication a posteriori: si deux chiffres consécutifs (par exemple 21) se présentaient deux fois, la suite des décimales, à partir de ceux-ci, vers la gauche, serait identique et la période n'aurait pas 108 chiffres mais moins. En d'autres termes, 1/109 ne peut avoir la période maximale (108 chiffres) que si cette condition est remplie. Seuls 11 … 88 peuvent exister 2 fois, une fois avec retenue, une fois sans. Remarquons que si les chiffres ***a*42** se suivent, $a = 6$. Si ***a*24**, $a = 7$ (retenue). Si ***abb*0**, $a = 2b$ (ou $2b - 10$) alors que si ***abb*9**, $a = 2b + 1$ (ou $2b + 1 - 10$). On peut voir enfin que tous les 0 et tous les 9 sont «utilisés» pour suivre les doubles ou eux-mêmes. La suite contient donc toutes les suites de Fibonacci commençant par deux nombres d'un chiffre. Et y en a encore qui ne croient pas aux miracles !

5. Précisons enfin que les propriétés A, B, C et D sont valables dans n'importe quelle base. Voici quelques résultats :
   - En base 7
     $1/13 = 1/16 = 0,\{035245631421\}_7$ cf en base 10: 1/19
     $1/41 = 1/56 = 0,\{0112363262135202250655430340453146441 61\}_7$ cf en base 10: 1/89
     $1/55 = 1/106 = 0,\{006144033642201532 11\}_7$ cf en base 10: 1/109
   - En base 12. (A et B : chiffres 10 et 11)
     $1/23 = 1/1B = 0,\{06316948421\}_{12}$ cf en base 10: 1/19
     $1/71 = 1/5B = 0,\{020408142854A997732650A1834691163061\}_{12}$ cf en base 10: 1/49
     $1/131 = 1/AB = 0,\{0112359...78404491B1\}_{12}$ cf en base 10: 1/89
     $1/155 = 1/10B = 0,\{00B1944B55...99BA1853211\}_{12}$ cf en base 10: 1/109

6. La propriété notée sous **4.** est valable en base 2 et en base 6. (Mais pas dans les quelques autres bases que j'ai testées…). Il faut et il suffit pour cela que $b^2 + b - 1$ soit premier et que son inverse soit de période maximale ($b^2 + b - 2$ chiffres) dans la base b, mais cette remarque est bien loin de donner les bases où la propriété est vraie !
   En base 2, $1/5 = 1/101 = 0,\{0011\}_2$
   En base 6, $1/41 = 1/105 = 0,\{00513354124403302344550422014311522532 11\}_6$; tous les nombres de 2 chiffres de *00* à *55* apparaissent 1 fois sauf *11, 22, 33* et *44* qui apparaissent 2 fois.

7. On m'a signalé enfin que les nombres 109 et 89, qui présentent des propriétés « fibonacciennes » (donc des accointances avec le nombre d'or φ), sont donnés par les polynômes $b^2 + b - 1$ et $b^2 - b - 1$ dont les zéros sont φ et $-1/\varphi$ pour le premier, et pour le second $-\varphi$ et $1/\varphi$. Coïncidences ?

Approche empirique du test χ^2 d'ajustement

Alain Stucki, Lycée cantonal de Porrentruy

Introduction

En lisant des rapports, on rencontre souvent des raisonnements du style : « le premier groupe est meilleur que le deuxième avec un taux de réussite de 8% supérieur ».

Il n'est pas toujours simple de faire comprendre aux auteurs de telles conclusions que les différences des pourcentages calculés ne sont peut-être pas significatives, et qu'il est indispensable d'utiliser des méthodes statistiques et probabilistes pour mesurer le degré de confiance que l'on peut déduire de ces différences.

Nous nous sommes trouvés face à un problème de ce genre lorsque, dans le cadre de leur travail de maturité, deux élèves ont voulu mettre en évidence que le groupe sanguin des lycéens influence le choix de leur option spécifique. Après avoir récolté leurs données, ces deux élèves sont tombés dans le piège de la comparaison de pourcentages.

C'est la raison pour laquelle nous avons imaginé ensemble une introduction aux tests d'hypothèse qui ne nécessite pas de connaissance préalable en statistiques et en calcul des probabilités. Cet article présente une approche empirique du test χ^2 d'ajustement (aussi appelé test χ^2 d'adéquation). Il est simple et applicable dans de nombreuses situations où les données sont regroupées en catégories.

Le dé est-il bien équilibré ?

On lance 400 fois un dé tétraédrique dont les faces sont numérotées de 1 à 4 (le choix d'un dé tétraédrique est en relation avec les quatre groupes sanguins). Si le dé est bien équilibré, on s'attend à environ 100 apparitions de chaque face.

Les données expérimentales ainsi que les premiers calculs que nous inspirent ces données sont présentés dans les tableaux ci-dessous. Ce sont de tels tableaux qui sont souvent à l'origine de conclusions hâtives.

Numéro de la face	1	2	3	4
Fréquences observées o_i	77 (19.25%)	102 (25.50%)	113 (28.25%)	108 (27.00%)
Fréquences espérées e_i	100 (25%)	100 (25%)	100 (25%)	100 (25%)

TAB. 1 – Fréquences observées et fréquences espérées

Numéro de la face	1	2	3	4
$\dfrac{o_i - e_i}{e_i} \times 100$	$\dfrac{77-100}{100} \times 100 = -23\%$	2%	13%	8%

TAB. 2 – Fréquences relatives en pourcentages

On remarque dans le tableau 1 que le dé a montré seulement 19.25% de faces marquées 1 contre les 25% espérés, ou encore que le nombre d'apparitions de la face marquée 3 dépasse de 33 celui de la face marquée 1.

Dans le tableau 2, on peut constater que le nombre observé de faces marquées 1 est de 23% inférieur à la valeur espérée ou encore que le nombre observé de faces marquées 3 est supérieur de 13% à la valeur théorique.

Les constatations précédentes font apparaître des valeurs troublantes. Est-ce suffisant pour conclure que le dé n'est pas bien équilibré ? Autrement dit, peut-on suspecter que le comportement de ce dé n'est pas dû au hasard seul ?

Pour évaluer si la différence entre les fréquences observées et celles espérées est significative, nous allons déterminer une mesure du « degré de différence » entre les deux séries.

Pour ce faire, calculons la somme des carrés relatifs des différences que l'on note χ^2.

$$\chi^2 = \frac{(77-100)^2}{100} + \frac{(102-100)^2}{100} + \frac{(113-100)^2}{100} + \frac{(108-100)^2}{100} = 7.66$$

Il est évident que plus cette somme est grande, plus les fréquences observées s'éloignent des fréquences espérées. Un dé idéal donnerait $\chi^2 = 0$.

Comment estimer raisonnablement si la valeur $\chi^2 = 7.66$ est due aux fluctuations naturelles des résultats obtenus avec un dé bien équilibré ou à un mauvais équilibrage du dé ayant servi à l'expérience ?

Pour répondre à cette question, nous allons calculer expérimentalement la fréquence avec laquelle une série obtenue au hasard avec un dé normal donne un χ^2 égal ou supérieur à 7.66.

Modélisation

Nous avons utilisé *Mathematica* et son générateur de nombres (pseudo-)aléatoires pour modéliser l'expérience « lancer $100k$ fois un dé bien équilibré à k faces ». Les fréquences espérées sont ainsi toutes égales à 100. A l'issue d'une réalisation de l'expérience, le χ^2 est calculé. On obtient alors une distribution empirique des χ^2.

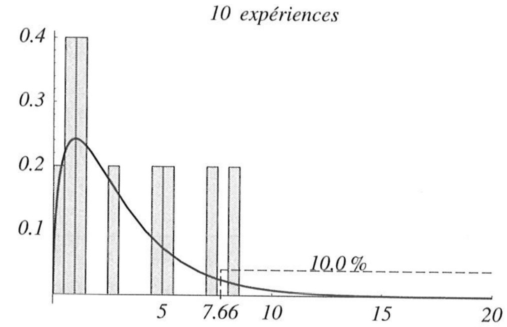
Nous avons écrit le module **`chicarre[deglib_,nbexp_,valeur_]`** qui dessine l'histogramme des fréquences des χ^2 obtenus en réalisant un nombre **`nbexp`** d'expériences et qui calcule le pourcentage de χ^2 supérieurs à la valeur **`valeur`** que nous désirons tester. La distribution théorique de *Pearson* [1] correspondant au nombre **`deglib`** de degrés de liberté ($k-1$) est également représentée. Dans l'exemple qui nous intéresse, le nombre de degré de liberté vaut 3 et la valeur testée est égale à 7.66.

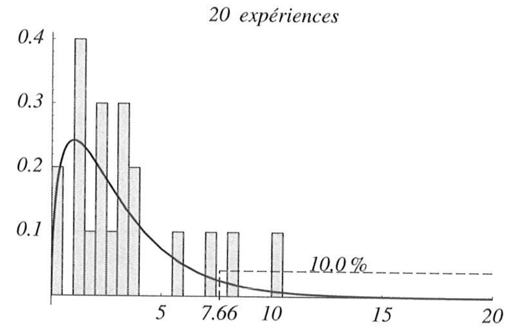
Ce module est en annexe de la version électronique du présent article, disponible sur le site de la Commission Romande de Mathématique (`http://www.sspmp.ch/crm/avis.htm`).

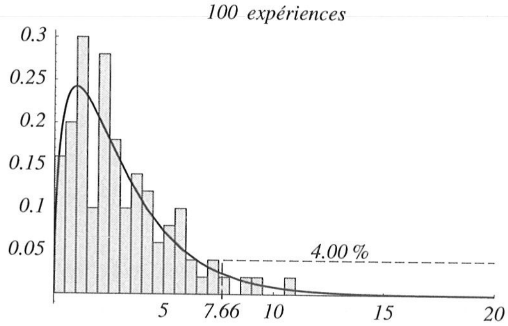
Les élèves jouent volontiers avec le module. Il est cependant important de les inviter à débuter avec un petit nombre d'expériences (au début, la répétition d'un seul tirage permet de mettre en évidence les fluctuations naturelles). Par la suite, les gros tirages peuvent être entrepris. C'est l'occasion de réaliser qu'un grand nombre d'expériences peut être modélisé (ici par la distribution théorique de Pearson), alors que les petits tirages sont imprévisibles.

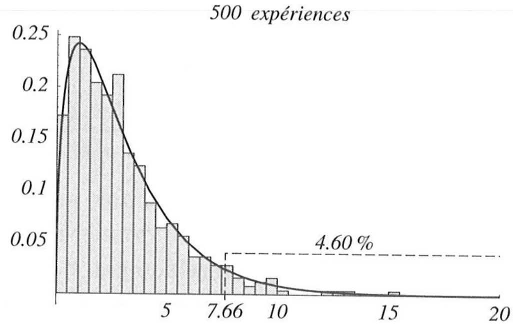
Les figures qui suivent montrent quelques exemples de graphiques obtenus pour la valeur de χ^2 qui nous intéresse.

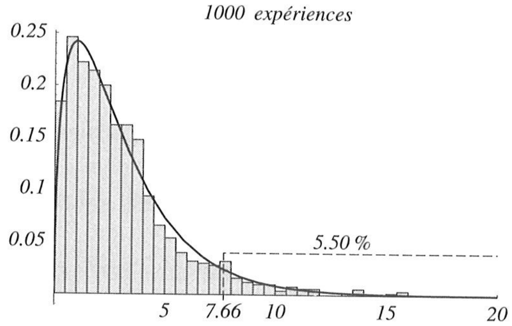
[1] Karl Pearson (1857-1936), mathématicien, physicien et historien anglais, a mis en valeur cette distribution qui avait déjà été étudiée par l'astronome et géodésien allemand Friedrich Robert Helmert (1843-1917).

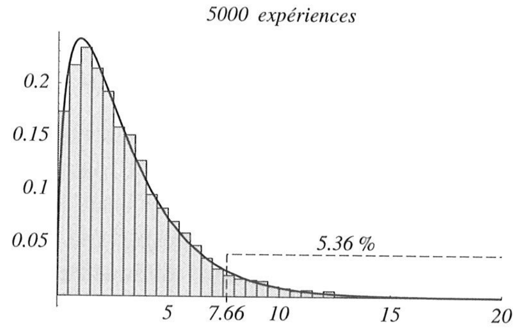












La dernière distribution (5 000 expériences) nous indique que pour un dé bien équilibré, une série de 400 lancers donne un χ^2 supérieur ou égal à 7.66 dans 5.36% des cas (pourcentage de l'aire de l'histogramme située à droite de 7.66).

Ainsi, en rejetant l'hypothèse que le dé ayant servi à notre première expérience est bien équilibré, on encourt le risque de se tromper avec une probabilité de 5.36% (le pourcentage possible dû uniquement au hasard). La valeur donnée par la distribution théorique de *Pearson* est 5.34%. Ce risque est dit de *première espèce*.

Conventionnellement, on fixe un seuil de confiance à 5%. Dans notre cas, on ne peut pas conclure que le dé n'est pas bien équilibré.

Nous acceptons donc que le dé est normal avec un autre risque : celui d'accepter une hypothèse fausse (que le dé est bien équilibré alors qu'il ne l'est pas). Ce risque, dit de *deuxième espèce*, ne peut pas être calculé.

Le protocole du test χ^2 d'ajustement

Ce test permet de déterminer si une population répartie en catégories suit une distribution connue (par exemple la distribution d'une population de référence). Le protocole est le suivant.

1. On note H_0 l'hypothèse, dite nulle, que la population répartie en k catégories suit une distribution connue, et on choisit un *seuil* α (le plus souvent α est fixé à 5%). Ce seuil représente le risque, en n'acceptant pas H_0, d'avoir rejeté une hypothèse qui était exacte.
2. Pour $1 \leq i \leq k$, on note o_i l'effectif observé expérimentalement et e_i l'effectif espéré (celui correspondant à la distribution connue). Le test est applicable si tous les e_i sont supérieurs à 5, et on cacule alors la grandeur

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(o_i - e_i)^2}{e_i} = \frac{(o_1 - e_1)^2}{e_1} + \frac{(o_2 - e_2)^2}{e_2} + \cdots + \frac{(o_k - e_k)^2}{e_k}.$$

3. On rejette l'hypothèse H_0 au seuil α si $\chi^2 \geq \chi^2_\alpha$, la valeur de χ^2_α étant lue dans une table du test du χ^2 à $k-1$ degrés de liberté. Sinon on admet H_0.

Remarques

1. Les valeurs qui doivent être lues dans la table correspondent aux valeurs calculées à l'aide de la distribution théorique de *Pearson* à $k-1$ degrés de liberté. Pour 3 degrés de liberté, la courbe de la distribution théorique est celle qui est représentée sur les graphiques précédents. Nous espérons que les élèves qui ont effectué les simulations et qui ont eu sous les yeux l'histogramme empirique ont pu donner un sens aux valeurs tabulées.
2. Le seuil α est la probabilité de rejeter l'hypothèse H_0 alors qu'elle est vraie. La probabilité β d'accepter l'hypothèse H_0 alors qu'elle est fausse ne peut en général pas être calculée. Le tableau suivant résume les erreurs dans le processus de décision.

Réalité / Décision	H_0 est vraie	H_0 est fausse
H_0 est rejetée	Risque de première espèce $p = \alpha$	Décision correcte $p = 1 - \beta$
H_0 est acceptée	Décision correcte $p = 1 - \alpha$	Risque de deuxième espèce $p = \beta$

TAB. 3 – Erreurs de décision

Notons que de diminuer le risque de première espèce en fixant par exemple $\alpha = 1\%$ a pour conséquence d'augmenter le risque de deuxième espèce. Le niveau de α dépend essentiellement de l'importance relative des erreurs de première et de deuxième espèce dans le cadre de l'étude que l'on réalise. Dans la pratique, on admet en général $\alpha = 5\%$.

3. Le fait d'admettre H_0 ne signifie pas que nous avons démontré que cette hypothèse est exacte, mais seulement que nous n'avons pas de raisons suffisantes de la rejeter ou encore que nous n'avons pas rassemblé suffisamment de données pour conclure. Le test est d'ailleurs souvent utilisé en vue de rejeter l'hypothèse nulle, donc pour mettre en évidence une différence.

Exemple

Un chocolatier a créé trois nouveaux pralinés (A, B et C). Pour des raisons économiques, un seul praliné sera commercialisé. Il décide donc de tester ses nouvelles friandises sur 90 personnes afin de déterminer si l'un des nouveaux mélanges de chocolat est plus appécié que les deux autres.

Chaque personne a goûté les trois pralinés et a sélectionné celui qu'elle préfère. Le test du χ^2 est appliqué.

H_0 : Les trois variétés sont également appréciées.

	A	B	C	Total
Fréquences observées o_i	29	40	21	90
Fréquences espérées e_i	30	30	30	90

$$\chi^2 = \frac{(29-30)^2}{30} + \frac{(40-30)^2}{30} + \frac{(21-30)^2}{30} \simeq 6.07.$$

La table nous donne $\chi^2_{0.05} = 5.99$. Comme $6.07 > 5.99$, nous rejetons H_0 au seuil $\alpha = 5\%$. Les trois variétés ne sont pas également appréciées, et selon les résultats le praliné B semble plus estimé que les deux autres.

L'exemple de mes élèves

Le groupe sanguin d'un étudiant influence-t-il son choix d'option spécifique ? Prenons le cas des étudiants ayant choisi une option scientifique. Mes élèves ont considéré comme scientifiques les options « biologie-chimie » et « physique-applications des mathématiques ». Ils ont interrogé 115 étudiants de ces sections. La population de référence est la population suisse.

H_0 : La répartition des étudiants scientifiques est identique à la répartition de la population suisse.

	A	B	AB	O	Total
Fréquences observées o_i	48	6	5	56	115
Répartition de la population suisse	47%	8%	4%	41%	100%
Fréquences espérées e_i	54.05	9.20	4.60	47.15	115

$$\chi^2 = \frac{(48-54.05)^2}{54.05} + \frac{(6-9.2)^2}{9.2} + \frac{(5-4.6)^2}{4.6} + \frac{(56-47.15)^2}{47.15} \simeq 3.49.$$

La table du χ^2 à 3 degrés de liberté nous donne $\chi^2_{0.05} = 7.82$. Comme $3.49 < 7.82$, nous n'avons pas de raison de penser que la répartition des élèves scientifiques selon leur groupe sanguin est différente de celle de la population suisse.

L'étude que ces élèves ont menée est inspirée de l'ouvrage « Le secret de votre groupe sanguin, clé de la personnalité et du destin » de Jean-Louis Degaudenzi aux éditions Filipacchi. En lisant ce livre, on apprend qu'au Japon le groupe sanguin est un critère déterminant dans le recrutement de personnel. Autrement dit, on ne s'improvise pas danseur étoile au pays du soleil levant, c'est écrit dans le groupe sanguin.

Passage gymnase-EPF/Université : sondage dans les gymnases romands

La recherche de la qualité de l'enseignement des mathématiques est l'un des objectifs de la Commission Romande de Mathématique (CRM). Etant donné les aménagements et modifications induits par l'introduction du RRM, la CRM a effectué un sondage dans les gymnases romands afin de mieux connaître les avis, les suggestions et propositions des collègues concernés par cette réalité.

Je remercie au passage les responsables de mathématique qui ont consacré de leur temps pour remplir le questionnaire qui leur avait été adressé dans le courant de l'année 2005. Les résultats de ce sondage ont déjà pu être utilisés lors d'un « atelier de mathématique » en octobre dernier. Le résumé des conclusions de ce « workshop » sera communiqué dans le prochain bulletin. Les réponses au questionnaire seront également utiles lors des réflexions que la SSPMP devra mener dès 2006 dans le cadre des modifications du RRM.

Voici les tendances générales que nous avons pu relever.

- Lors du passage à la nouvelle maturité la plupart des cantons ont amputé la dotation horaire de l'enseignement des mathématiques. Certains chapitres en ont souvent « fait les frais », du moins en ce qui concerne le degré d'approfondissement dans leur étude. Il s'agit en particulier de la statistique, de la géométrie des transformations, de l'étude des coniques, de l'algèbre linéaire ou encore des nombres complexes.
- Le cours d'Applications des mathématiques permet en partie de remédier à cette situation. Cependant plusieurs enseignants déplorent le fait que leur établissement n'offre pas l'OS ou n'ouvre pas l'OC. Sans l'une de ces options, les élèves ne bénéficient pas de ces compléments.
- Le manque de maîtrise du formalisme mathématique d'une très grande majorité des élèves empêche d'exiger l'établissement de preuves. Seul le cours « Mathématique de niveau renforcé » le permet occasionnellement et même régulièrement.
- Le degré d'autonomie des élèves du niveau « Mathématique de base » est jugé insuffisant dans 60% des cas alors qu'il semble être satisfaisant, voire bon, dans 90% des cas pour les élèves qui suivent le cours « de niveau renforcé ».
- L'aptitude à rédiger de manière cohérente la solution d'un problème devient insuffisante dès que l'on s'éloigne d'exercices déjà traités ou de problèmes dirigés. Les élèves des cours de « Mathématique de niveau renforcé » s'en sortent généralement mieux bien qu'il faille relever, même pour eux, des difficultés dans l'utilisation correcte du formalisme mathématique.
- L'interdisciplinarité ne semble pas être pratiquée en « Mathématique de base » et assez peu au « niveau renforcé ». Les raisons invoquées sont le plus souvent le déficit des heures d'enseignement et le manque de formalisation mathématique dans les branches concernées dont l'enseignement est davantage tourné vers l'aspect descriptif des phénomènes. Seuls les enseignants en OS PAM estiment l'interdisciplinarité assez bonne.

De façon générale, il a encore été relevé que les élèves arrivent au gymnase moins solidement formés que par le passé, qu'ils peuvent trop facilement faire l'impasse sur les mathématiques en raison du manque de poids accordé aux branches scientifiques et que le manque de temps et la grande hétérogénéité des classes contribuent à la baisse du niveau général.

Décembre 2005

Eugène Pasquier

Président CRM

DPK

Weinglas als Linse

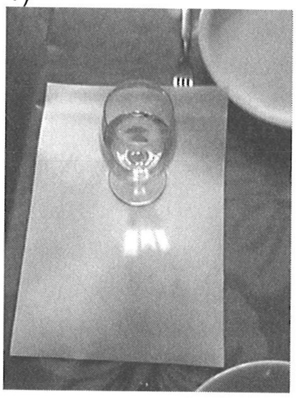
Martin Lieberherr
Mathematisch Naturwissenschaftliches Gymnasium Rämibühl, 8001 Zürich

Die besten Vergrösserungsgläser für die Freuden dieser Welt sind die, aus denen man trinkt.
Joachim Ringelnatz[1]

Einleitung

Beim Mittagessen mit meiner Freundin schaute ich auf den Tisch (statt ihr in die Augen) und da ist mir aufgefallen, wie das Küchenfenster durch das gefüllte Weinglas auf den Tisch abgebildet wird (Abb. 1 und 2).

1)



2)

Abbildungen 1 und 2: Das Fenster wird durch den Wein im Glas auf den Tisch abgebildet. Die Abbildung war schärfer als es nach dem Bild, das ich mit meinem Mobiltelefon im November 2004 aufgenommen habe, den Anschein hat.

Der Wein war ein gehaltvoller (14 vol% Alkohol), leicht süsslicher Amigne aus dem Kanton Wallis. Durch Abdecken des Glases mit den Fingern wurde klar, dass das projizierte Licht durch den ebenen Weinspiegel von oben einfällt. Die Abmessungen des Weinglases (Abb. 3) fand ich auf der Verpackung der Weingläser.

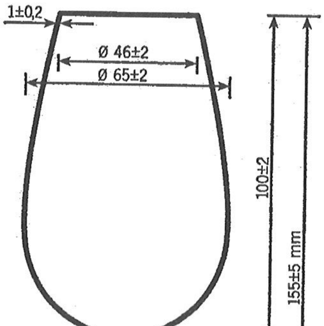


Abbildung 3: Das Weinglas (Le Verre® von Sibler) hatte die links gezeigten Abmessungen. Es besteht aus gewöhnlichem Maschinenglas. Der untere Teil kann gut durch eine Kugel approximiert werden, die 65 mm Durchmesser hat und 55 mm über der Tischfläche schwebt.

Theorie der dicken Linse

Wie hängen die Parameter der "Weinlinse" von den Abmessungen und dem Brechungsindex des Weines ab? Kann man vielleicht den Brechungsindex des Weines abschätzen? Ich packte die Gelegenheit beim Schopf und suchte die Gleichungen, welche eine dicke Linse beschreiben (Abb. 4).

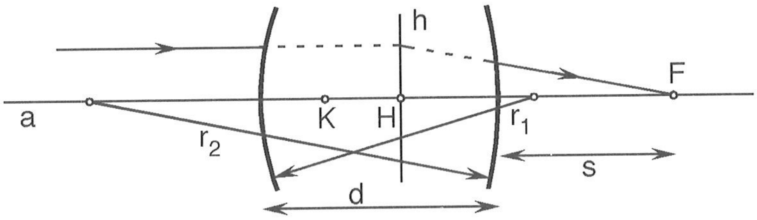


Abbildung 4: Eine Linse mit den Krümmungsradien r_1 und r_2 sowie Dicke d aus einem Material mit Brechungsindex n (relativ zum umgebenden Material) hat die Brennweite f und die Schnittweite s. Die Radien sind positiv, wenn der Krümmungsmittelpunkt rechts von der zugehörigen Fläche liegt. Fürs Bild wurden gewählt:
$r_1 = 40$ mm, $r_2 = -60$ mm, $n = 1.7$, $f = 40$ mm $\Rightarrow d = 34.7$ mm, $s = 25.7$ mm

Die Schnittweite s (Abb. 4) wird vom Linsenscheitel zum Brennpunkt F gemessen, die Brennweite f vom Hauptpunkt H zum Brennpunkt. Im Hauptpunkt schneidet die Hauptebene h die optische Achse a der Linse. Die optische Achse läuft durch die beiden Krümmungsmittelpunkte der Linsenflächen. Die Hauptebene ist der geometrische Ort der Schnittpunkte der verlängerten, achsenparallel einfallenden Strahlen und der entsprechenden Strahlen durch den Brennpunkt. Für die Brennweite und hintere Schnittweite gilt in paraxialer Näherung[2]:

$$f = \frac{r_1 r_2}{(n-1)\left[(r_2 - r_1) + \frac{d}{n}(n-1)\right]} \quad \text{und} \quad s = f\left[1 - \frac{1}{r_1}\frac{d}{n}(n-1)\right]$$

Dreht man die Linse um, so erhält man die vordere Schnittweite.
Ein Lichtstrahl, der auf den vorderen Knotenpunkt K (Abb. 4) zuläuft, verlässt die Linse parallel versetzt aus dem hinteren Knotenpunkt. Falls sich auf beiden Seiten der Linse wie in Abbildung 4 dasselbe Medium befindet, z.B. Luft, so fallen die Knotenpunkte mit den Hauptpunkten zusammen. Ist die Linse auch noch dünn, so liegen ausserdem die zwei Haupt- respektive Knotenpunkte übereinander. In Schulbüchern wird der Hauptpunkt einer dünnen Linse oft "Linsenmitte" genannt, obwohl dieses Wort nur bei symmetrischen Linsen sinnvoll ist.

Vergleich mit der Weinlinse

Beim Wein im Glas ist $r_1 = \infty$ (Flüssigkeitsspiegel), $r_2 = -32.5$ mm und $s = 55$ mm.
Mit diesen Angaben folgt $f = \frac{-r_2}{(n-1)}$ und $s = f = 55$ mm.

Da die Strahlen parallel einfallen, ist die Bildweite gleich der Brennweite, wir können also den Brechungsindex ausrechnen:

$$n = 1 - \frac{r_2}{f} = 1 - \frac{r_2}{s} = 1 - \frac{-32.5\ \text{mm}}{55\ \text{mm}} = 1.59\ (\text{ca.} \pm 0.1)$$

Reines Wasser hat einen Brechungsindex von 1.33, reiner Alkohol 1.36; beide Werte liegen weit unterhalb von 1.6. Der Wein war süss, aber so ein hoher Brechungsindex kann auch durch den Zuckergehalt nicht erklärt werden (Eine wässrige Lösung mit 84 Massenprozent Saccharose hat einen Brechungsindex von 1.50). Ich vermutete, dass die paraxiale Theorie überanstrengt wurde und wollte die Brennebene mit dem Computer berechnen. Zuerst legte ich einen Punkt auf dem Glas fest, in dessen Nachbarschaft die Brechung erfolgt. Parallel durch den Wein einfallende Strahlen werden in der Nähe des Punktes unterschiedlich gebrochen. Die gebrochenen Strahlen schneiden sich in einem Brennpunkt. Dann variierte ich die Einfallswinkel im Wein und zeichnete die zugehörige Kurve, auf welcher die Brennpunkte liegen (Abb. 5).

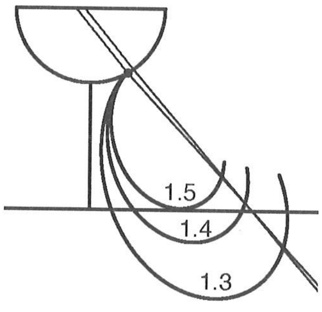


Abbildung 5: Die Brenn"ebene" für parallel einfallende Strahlen, welche in der Nachbarschaft des gezeichneten Punkts auf die Glaswand treffen. Der Brennpunkt wandert, wenn man den Einfallswinkel des Strahlenbündels variiert. Das gezeichnete Strahlenbündel ist für Wein-Brechzahl n = 1.4 berechnet. Man sieht, dass es für Brechungsindices in der Gegend von 1.4 bis 1.5 einigermassen scharfe Bilder gibt.

Da ich schon dabei war, wollte ich die oben angegebene Formel für die Schnittweite mit dem gleichen Programm testen (Abb. 6)

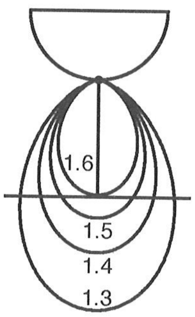


Abbildung 6: Geometrische Orte der Brennpunkte von Strahlenbündeln, die aus verschiedenen Richtungen im Wein auf den Linsenscheitel treffen. Man sieht, dass die Kurve für die Brechzahl n = 1.6 tatsächlich die Tischfläche berührt, die Schnittweite ist also wirklich 55 mm. In der Näherung für achsennahe Strahlen (paraxiale Optik, Gauss'sche Optik) werden die Scheitel dieser Kurven durch Ebenen ersetzt.

Diogenes, der Weise, der wohnt in einem Fass.
Daraus kann man beweisen, dass Weisheit wohnt beim Nass!
Holländisches Volkslied[1]

[1]Lexikon der heiteren Weisheiten, H.S. Wertheimer, Ott Verlag, Thun, 1997
[2]Anhang zum Katalog der Optikfirma Spindler & Hoyer

Taxifahren im mathematischen Verkehr
- mathematische Pretiosen über Permanente, Permutationen und Determinante

Armin P. Barth

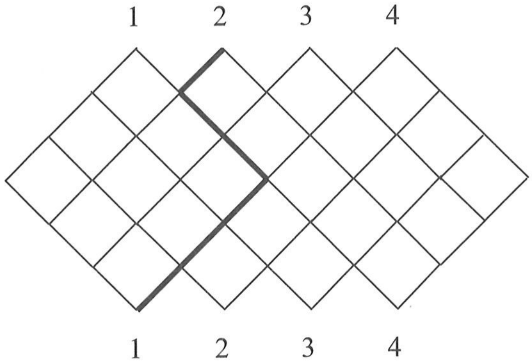
Angelehnt an den herrlichen Artikel [1] wird hier ein graphentheoretisches Rätsel vorgestellt und für die gymnasiale Stufe aufbereitet, das gleich mehrere interessante mathematische Zusammenhänge offenbart. Der Artikel könnte zur Einführung der Determinante dienen oder einfach als ergänzendes Beispiel. Er kann auf jeden Fall dazu benutzt werden, Permutationen einzuführen. Vor allem aber soll er die ungeheure Vielseitigkeit des mathematischen Arbeitens vor Augen führen: das Definieren und Beweisen, das Formalisieren und das Aufstellen von Vermutungen, das Suchen nach eleganten Ideen und das Geniessen von offenbarten Zusammenhängen.

Stichworte: Pascal-Dreieck, Matrix, Permanente, Permutationen, Fehlstand, Signum, Determinante

1. Ein Rätsel

Ein packendes Rätsel kann oftmals Zünder sein für eine anhaltende und neugierige Auseinandersetzung mit Mathematik. Und nicht selten entstehen dann gute Ideen wie von alleine und zeigen, dass jeder Mensch, wenn er sich nur ernsthaft darauf einlässt, in der Lage ist, ein Quentchen Mathematik zu erschaffen.

Dieses Rätsel handelt von 4 Taxen, die, im Norden einer Stadt parkiert, zu 4 Kunden im Süden fahren sollen. Das Streckenmuster stellt die Strassen dar, und es wird verlangt, dass die Taxen immer nur südwärts fahren, entweder südwestlich oder südöstlich (Abb.1). An jeder Kreuzung kann – muss aber nicht – die jeweils andere Richtung gewählt werden. (Als Beispiel ist fett eine Route eingetragen, die Taxe 2 zum Kunden 1 bringt.)



(Abb.1)

Wir formulieren zwei Fragen, die den Antrieb für zwei abwechslungsreiche und gewinnbringende Spaziergänge in die Mathematik liefern sollen. Um die Fragen möglichst präzise formulieren zu können, führen wir noch den Begriff *Kundenbedienung (KB)* ein; darunter verstehen wir (hier) die Angabe von vier Routen, eine pro Taxe, welche entsprechend den oben beschriebenen Regeln von Norden nach Süden führen, so dass bei jedem Kunden genau eine Route endet. (Schliesslich soll ja jeder Kunde von genau einer Taxe abgeholt werden und nicht etwa von zweien oder gar keiner!) Die beiden Fragen lauten:

Frage 1:	Wie viele verschiedene Kundenbedienungen gibt es? (Zwei Kundenbedienungen heissen *verschieden*, genau dann wenn sie sich in mindestens einer Route unterscheiden.)

Frage 2:	Wie viele verschiedene Kundenbedienungen gibt es, wenn zusätzlich verlangt wird, dass sich Routen niemals kreuzen dürfen?

Wir machen uns sofort an die Beantwortung von Frage 1. Die – noch gehaltvollere – Frage 2 wird dann Gegenstand von Abschnitt 4 sein.

2. Eine „permanente" Antwort auf Frage 1

Die Beantwortung von kniffligen mathematischen Fragen kann oft erleichtert werden, indem das Problem in einfachere Teilprobleme zerlegt wird. Anstatt also nach der Anzahl Kundenbedienungen insgesamt zu fragen, könnten wir einfacher fragen, wie viele Routen es für Taxe 1 gibt, zu einem der Kunden 1 – 4 zu gelangen. Diese Zahlen müssen ja in der Gesamtzahl der Kundenbedienungen irgendeine wesentliche Rolle spielen und sind aus Symmetriegründen überdies dieselben Anzahlen wie für Taxe 4.

Formalisieren wir die Anzahl möglicher Routen von Taxe i zu Kunde j $(1 \leq i, j \leq 4)$ durch t_{ij}, so suchen wir nun also nach den Werten für $t_{11}, t_{12}, t_{13}, t_{14}$, die identisch sind mit den Werten von $t_{44}, t_{43}, t_{42}, t_{41}$.

Zerstückeln wir die Frage weiter! Die Routen könnten ja detailliert ausgezählt werden, aber man ist versucht zu denken, dass dabei wohl schnell die Übersicht verloren geht. Stattdessen stellen wir fest, dass Taxe 1, um zu einem der Kunden zu gelangen, zuerst entweder die Strasse Richtung Süd-West oder die Strasse Richtung Süd-Ost wählen muss. Die Route von Taxe 1 kann also bloss zwei mögliche Anfänge nehmen, oder – in anderen Worten – die beiden ersten erreichbaren Kreuzungen können je auf genau 1 Art erreicht werden. Wir merken uns daher die Zahlen

$$\boxed{\begin{matrix} 1 \quad 1 \end{matrix}}$$

Von diesen beiden Kreuzungen ausgehend können in einem Schritt genau 3 weitere Kreuzungen angefahren werden, die linke und rechte auf genau 1 Art und die mittlere auf 2 Arten. Wir merken uns daher die Zahlen

$$\boxed{\begin{matrix} 1 \quad 1 \\ 1 \quad 2 \quad 1 \end{matrix}}$$

Von diesen 3 Kreuzungen ausgehend können in einem Schritt genau 4 weitere Kreuzungen erreicht werden, die äussersten auf je genau 1 Art und die beiden mittleren auf je 3 Arten. Wir merken uns daher die Zahlen

$$\boxed{\begin{array}{ccccccc} & & 1 & & 1 & & \\ & 1 & & 2 & & 1 & \\ 1 & & 3 & & 3 & & 1 \end{array}}$$

Erfreulicherweise stellen sich Zahlen ein, die vom Pascal-Dreieck her wohlbekannt sind. Und es wird sehr klar, dass, um die Anzahl Routen hin zu einer bestimmten Kreuzung zu finden, wir nur wissen müssen, wie viele Routen hin zu den beiden Kreuzungen nordwestlich und nordöstlich führen, und dass wir diese beiden Anzahlen addieren müssen. Das ist genau das Prinzip, nach dem die Zahlen im Pascal-Dreieck gebildet werden.

Freilich nimmt unser Pascal-Dreieck hier eine asymmetrische Form an, da nicht von allen Kreuzungen aus Strassen in beide Richtungen führen. Die Anzahl Routen von Taxe 1 zu allen erreichbaren Kreuzungen ist also

$$\boxed{\begin{array}{cccccccccc} & & 1 & & 1 & & & & & \\ & 1 & & 2 & & 1 & & & & \\ 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & & \\ & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & & \\ & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 & \\ & & & 20 & & 15 & & 6 & & 1 \end{array}}$$

Folglich ist $t_{11} = 20 = t_{44}$, $t_{12} = 15 = t_{43}$, $t_{13} = 6 = t_{42}$ und $t_{14} = 1 = t_{41}$. Dieselbe Zählmethode liefert die noch fehlenden Zahlen für die Taxen 2 und 3: $t_{21} = 15 = t_{34}$, $t_{22} = 20 = t_{33}$, $t_{23} = 15 = t_{32}$ und $t_{24} = 6 = t_{31}$.

Die Art und Weise der Darstellung von Zwischenresultaten entscheidet oft darüber, ob und wie schnell weiterführende Argumente gefunden werden. Hier drängt sich eine Matrixdarstellung auf, weil die Zahlen t_{ij} für $1 \le i, j \le 4$ darzustellen sind. Wir setzen also

$$T := \left[t_{ij}\right] = \begin{bmatrix} 20 & 15 & 6 & 1 \\ 15 & 20 & 15 & 6 \\ 6 & 15 & 20 & 15 \\ 1 & 6 & 15 & 20 \end{bmatrix}.$$

Sofort stellt sich die Frage, wie diese Zahlen denn verarbeitet werden müssen, damit die Anzahl Kundenbedienungen gefunden wird. Klar ist, dass, wenn immer Taxe 1 auf einer der 20 möglichen Routen zu Kunde 1 gelangt, für Taxe 2 nur noch die Kunden 2 – 4 übrig bleiben. Legen wir zum Beispiel fest, dass Taxe 2 zu Kunde 4, Taxe 3 zu Kunde 2 und Taxe 4 zu Kunde 3 fahren soll, so gibt es allein für diese Konstellation

$$t_{11} \cdot t_{24} \cdot t_{32} \cdot t_{43} = 20 \cdot 6 \cdot 15 \cdot 15 = 27000$$

mögliche Kundenbedienungen.

Aber das ist längst nicht alles! Taxe 1 könnte auch zu Kunde 3, Taxe 2 zu Kunde 1, Taxe 3 zu Kunde 2 und Taxe 4 zu Kunde 4, usw. Das „usw" ist von entscheidender Bedeutung; wir müssen eben *genau* wissen, wie es weiter geht und welche Konstellationen möglich sind. Klar ist, dass wir eine Übersicht gewinnen müssen über alle Möglichkeiten, wie jeder Taxe genau ein Kunde zugeordnet werden kann, so dass kein Kunde mehr als einmal bedient wird. Mit anderen Worten, wir suchen sämtliche bijektiven Funktionen der Menge $\{1,2,3,4\}$ in die Menge $\{1,2,3,4\}$. Solche gibt es immerhin 24, denn wenn immer Taxe 1 einem der Kunden 1

– 4 zugeordnet worden ist (wozu es 4 Möglichkeiten gibt), bleiben 3 Möglichkeiten, Taxe 2 einem der restlichen Kunden zuzuordnen, dann 2 Möglichkeiten, Taxe 3 einem der beiden verbleibenden Kunden zuzuordnen, also $4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=4!=24$ Möglichkeiten insgesamt.

In noch anderen Worten: Wir suchen alle Möglichkeiten, wie in der Matrix T genau 1 Zahl pro Zeile gewählt werden kann, so dass gleichzeitig auch in jeder Spalte genau 1 Zahl gewählt wird. Dazu gibt es eben 24 Möglichkeiten:

$$\begin{bmatrix} 20 & & & \\ & 20 & & \\ & & 20 & \\ & & & 20 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 20 & & & \\ & 20 & & \\ & & & 15 \\ & & 15 & \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 20 & & & \\ & & 15 & \\ & 15 & & \\ & & & 20 \end{bmatrix} \text{ und 21 weitere!} \qquad (1)$$

Also wird **Frage 1** beantwortet durch die Zahl

$$20\cdot 20\cdot 20\cdot 20+20\cdot 20\cdot 15\cdot 15+20\cdot 15\cdot 15\cdot 20+\ldots=650'576$$

Diese Zahl heisst *Permanente* der Matrix, $Perm(T)$.

3. Permutationen eilen zu Hilfe

In ganz natürlicher Weise sind wir in Abschnitt 2 einem wichtigen mathematischen Konzept begegnet: der bijektiven Funktion der Menge $\{1,2,3,4\}$ in sich selber oder – allgemeiner – der bijektiven Funktion der Menge $\{1,2,\ldots,n\}$ in sich selber. Solche Funktionen heissen *Permutationen*. Ziel dieses Abschnittes ist es, einiges Wissenswertes über Permutationen zusammenzutragen; wir haben sie ja schon gestreift, und für die Beantwortung von **Frage 2** werden sie von grosser und eleganter Hilfe sein.

Definition:

Eine bijektive Funktion der Menge $\{1,2,\ldots,n\}$ $(n\in\mathbb{N})$ in sich selber heisst *Permutation der Zahlen* $1-n$. Wir verwenden die Buchstaben π,σ für Permutationen. Die Menge aller Permutationen der Zahlen $1-n$ bezeichnen wir mit S_n. Sind π,σ zwei Permutationen aus S_n, so bezeichnen wir mit $\pi\circ\sigma$ die Komposition; für ein $i\in\{1,2,\ldots,n\}$ ist also $(\pi\circ\sigma)(i)=\pi(\sigma(i))$.

Schreibweise:

Ordnet die Permutation π der Zahl i die Zahl $\pi(i)$ zu, so stellen wir das auch in der Form $\pi=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \ldots & n \\ \pi(1) & \pi(2) & \pi(3) & \ldots & \pi(n)\end{pmatrix}$ dar. Mit dieser Notation nehmen die Permutationen in (1) der Reihe nach diese Gestalten an:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 4\end{pmatrix} \text{ usw.} \qquad (2)$$

Es ist klar, dass die Antwort auf **Frage 1** nun einfacher geschrieben werden kann als

$$Perm(T)=\sum_{\pi\in S_4} t_{1\pi(1)}\cdot t_{2\pi(2)}\cdot t_{3\pi(3)}\cdot t_{4\cdot\pi(4)}$$

In loser Folge notieren wir weiteres Wissenswertes über Permutationen:

a) Wie fast jedes konkrete Beispiel sofort zeigt, ist die Komposition von Permutationen nicht kommunikativ; im Allgemeinen ist also $\sigma\circ\pi\neq\pi\circ\sigma$.

b) Da jede Permutation π bijektiv ist, muss die Umkehrfunktion π^{-1} existieren, und es ist $\pi^{-1}\circ\pi=\pi\circ\pi^{-1}=id$, wenn id die identische Permutation $id(i)=i,\forall i\in\{1,2,...,n\}$ bezeichnet.

c) $k\geq 2$ paarweise verschiedene Zahlen $a_1,a_2,...,a_k\in\{1,2,...,n\}$ heissen *Zykel* der Länge k in der Permutation π, wenn $\pi(a_1)=a_2$, $\pi(a_2)=a_3$, ..., $\pi(a_{k-1})=a_k$, $\pi(a_k)=a_1$ und $\pi(b)=b,\forall b\in\{1,2,...,n\}\setminus\{a_1,a_2,...,a_k\}$. Wir schreiben einen solchen Zykel in der Form $(a_1,a_2,...,a_k)$. Dank dieser Schreibweise kann etwa die Permutation $\pi=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6&7\\1&3&5&4&7&6&2\end{pmatrix}$ kürzer als Zykel $\pi=(2,3,5,7)$ geschrieben werden. Ist speziell $k=2$, so heisst der Zykel *Transposition.* Die 2. Permutation in (2) ist etwa die Transposition $(3,4)$.

d) Jeder Zykel kann als Komposition von Transpositionen geschrieben werden, da $(a_1,a_2,...,a_k)=(a_1,a_2)\circ(a_2,a_3)\circ(a_3,a_4)\circ...\circ(a_{k-1},a_k)$ ist.

e) Man kann weiter zeigen, dass sich jede Permutation $\pi\in S_n$ in (bis auf Reihenfolge) eindeutiger Weise als Produkt von paarweise disjunkten Zykeln darstellen lässt. Zusammen mit der Bemerkung d) bedeutet das dann, dass jedes $\pi\in S_n$ in (bis auf Reihenfolge) eindeutiger Weise als Produkt von Transpositionen dargestellt werden kann.

f) Zwei Zahlen $i<j$ $(i,j\in\{1,2,...,n\})$ heissen *Fehlstand* der Permutation π, falls $\pi(i)>\pi(j)$ ist. In (2) hat die erste Permutation gar keinen Fehlstand, während die 2. Permutation den einzigen Fehlstand $i=3,j=4$ und die dritte Permutation den einzigen Fehlstand $i=2,j=3$ hat. Die Permutation $\begin{pmatrix}1&2&3&4&5\\4&3&2&5&1\end{pmatrix}$ hat 7 Fehlstände.

g) Bezeichnet α die Anzahl Fehlstände der Permutation π, so wollen wir unter dem *Signum (sgn)* von π die Zahl

$$\mathrm{sgn}(\pi):=(-1)^{\alpha}=\begin{cases}1 & \text{, falls } \alpha \text{ gerade}\\ -1 & \text{, falls } \alpha \text{ ungerade}\end{cases}$$

verstehen. Ist $\mathrm{sgn}(\pi)=1$, so nennen wir die Permutation *gerade*, anderenfalls *ungerade*. Die ersten drei Permutationen in (2) haben der Reihe nach Signum 1, -1, -1; die in f) erwähnte Permutation mit 7 Fehlständen hat Signum –1. Interessierte Tüftler sollten sich überlegen, warum das Signum eines Zykels $(a_1,a_2,...,a_k)$ gleich $(-1)^{k-1}$ ist.

h) Wie verändert sich das Signum einer Permutation, wenn sie mit einer Transposition komponiert wird? Die Beantwortung dieser Frage wird im Abschnitt 4 eine entscheidende Rolle spielen! Sei dazu $\pi_2=(a,b)\circ\pi_1$; die zweite Permutation geht also aus der ersten hervor durch Komposition mit einer Transposition. Stellen wir zur besseren Übersicht die beiden Permutationen ausführlicher dar:

$$\pi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & k-1 & k & k+1 & \dots & l-1 & l & l+1 & \dots & n \\ \pi_1(1) & \pi_1(2) & \dots & \pi_1(k-1) & a & \pi_1(k+1) & \dots & \pi_1(l-1) & b & \pi_1(l+1) & \dots & \pi_1(n) \end{pmatrix}$$

und

$$\pi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & k-1 & k & k+1 & \dots & l-1 & l & l+1 & \dots & n \\ \pi_1(1) & \pi_1(2) & \dots & \pi_1(k-1) & b & \pi_1(k+1) & \dots & \pi_1(l-1) & a & \pi_1(l+1) & \dots & \pi_1(n) \end{pmatrix}$$

Wir untersuchen, wie sich die Anzahl Fehlstände verändert, wenn man von π_1 zu π_2 übergeht. Klar ist, dass, falls (k,l) selbst ein Fehlstand von π_1 ist (d.h. $a > b$), dieser in π_2 verschwindet, und dass, falls (k,l) kein Fehlstand von π_1 ist (d.h. $a < b$), dies in π_2 zum Fehlstand wird. Die Idee ist zu zeigen, dass alle restlichen Fehlstände von π_1 entweder auch in π_2 Fehlstand bleiben oder aber immer *paarweise* verschwinden oder hinzu kommen. Daraus folgt dann: α_1 gerade $\Leftrightarrow$ α_2 ungerade; mithin hat π_2 dann entgegen gesetztes Signum!

Zum Beweis betrachten wir nun den Übergang von π_1 zu π_2 detailliert:

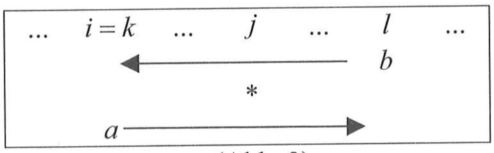
- Für ein beliebiges Paar (i,j) mit $i \neq k$ und $j \neq l$ gilt: Ist (i,j) ein Fehlstand in π_1, so auch in π_2 und umgekehrt. Hier geht also weder ein Fehlstand verloren, noch kommt einer hinzu.
- Für ein Paar (i,j) mit $i < k$ und $j = k$ gilt: Ist (i,k) Fehlstand in π_1, so ist (i,l) Fehlstand in π_2. Ist (i,k) Fehlstand in π_2, so ist (i,l) Fehlstand in π_1. Auch hier geht also weder ein Fehlstand verloren, noch kommt einer hinzu.
- Für ein Paar (i,j) mit $i < k$ und $j = l$ gilt: Ist (i,l) Fehlstand in π_1, so ist (i,k) Fehlstand in π_2. Ist (i,l) Fehlstand in π_2, so ist (i,k) Fehlstand in π_1.
- Analog argumentiert man für Paare (i,j) mit $i = k$ und $j > l$ bzw. $i = l$ und $j > l$.

Fehlstände können offenbar nur verschwinden oder neu entstehen, wenn $i = k$ und $k < j < l$ oder $k < i < l$ und $j = l$. Wir untersuchen nur den ersten dieser beiden Fälle, da der andere analog verläuft:

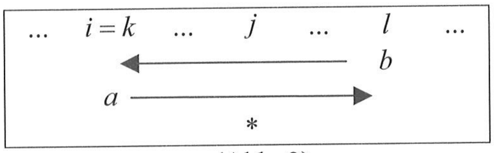
Sei also (i,j) ein Paar mit $i = k$ und $k < j < l$. In den folgenden Abbildungen werden Relationen zwischen Zahlen immer durch den Höhenunterschied dargestellt.

- Ist $a < b$, so sind die drei Situationen in den Abbildungen 2 – 4 denkbar. Abgesehen von (k,l), das in π_1 nicht Fehlstand ist, in π_2 aber schon, entstehen in Abb. 2 zwei zusätzliche Fehlstände, während in den Abb. 3 und 4 die Anzahl Fehlstände invariant bleibt.
- Ist $a > b$, so sind die drei Situationen in den Abbildungen 5 – 7 denkbar. Abgesehen von (k,l), das in π_1 Fehlstand ist, in π_2 aber nicht mehr, verschwinden in Abb. 5 zwei Fehlstände, während in den Abb. 6 und 7 die Anzahl Fehlstände invariant bleibt.

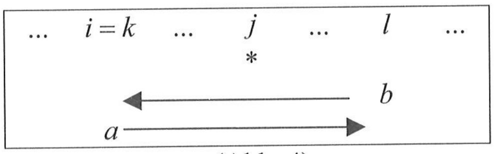
Folglich haben in jedem Fall π_1 und π_2 entgegen gesetztes Signum, was es ja einzusehen galt.



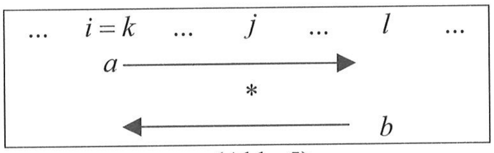
(Abb. 2)



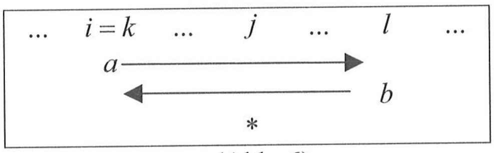
(Abb. 3)



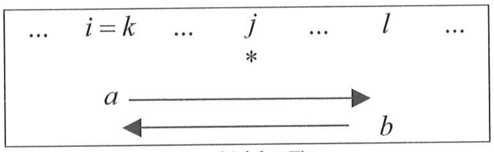
(Abb. 4)



(Abb. 5)



(Abb. 6)



(Abb. 7)

4. Die Determinante beantwortet Frage 2!

Wir haben gesehen, dass wir bei der Beantwortung von **Frage 1** in ganz natürlicher Weise Permutationen begegnet sind. Allerdings drängte es sich noch nicht auf, all das über Permutationen zu lernen, was wir in Abschnitt 3 angehäuft haben. Jetzt aber, bei der Beantwortung von **Frage 2**, ermöglicht gerade das eben Erarbeitete eine raffinierte Lösung.

Offenbar kann jede KB genau einer der Permutationen $\pi \in S_4$ zugeordnet werden. Umgekehrt gib es aber zu jeder Permutation $\pi \in S_4$ viele Kundenbedienungen, was sich schon darin zeigt, dass es nur 4!=24 verschiedene Permutationen der Zahlen 1 – 4 gibt, während es aber – Antwort auf Frage 1 – 650'576 verschiedene Kundenbedienungen gibt. Die Frage ist jetzt, wie viele Kundenbedienungen ausgesondert werden müssen, weil deren Pfade sich teilweise kreuzen! Der Schlüssel zur Beantwortung dieser Frage ist der folgende Hilfssatz:

Lemma	Jeder Kundenbedienung KB1 mit Kreuzung kann in eindeutiger Weise eine zweite Kundenbedienung KB2 mit Kreuzung zugeordnet werden, so dass die diesen beiden Kundenbedienungen zugeordneten Permutationen entgegen gesetztes Signum haben.

Natürlich muss sofort die Neugierde gestillt werden, warum denn dieses Lemma die Beantwortung von **Frage 2** ermöglicht; danach soll es bewiesen werden.

Nun, wenn wir die Antwort auf **Frage 1**,

$$Perm(T) = \sum_{\pi \in S_4} t_{1\pi(1)} \cdot t_{2\pi(2)} \cdot t_{3\pi(3)} \cdot t_{4\cdot\pi(4)},$$

abändern zu

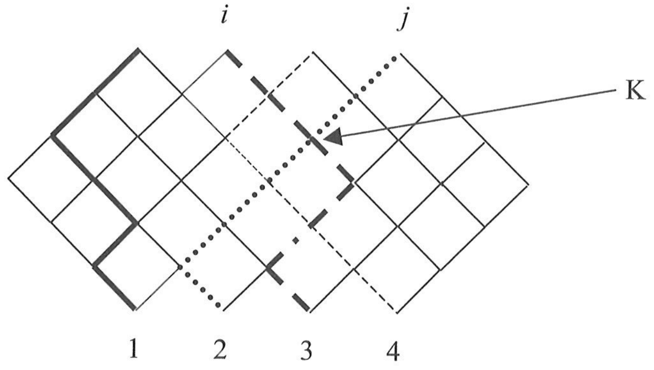
$$\sum_{\pi \in S_4} \operatorname{sgn}(\pi) \cdot t_{1\pi(1)} \cdot t_{2\pi(2)} \cdot t_{3\pi(3)} \cdot t_{4\cdot\pi(4)},$$

so werden sich – gemäss Lemma – je zwei Kundenbedienungen mit Kreuzung paarweise aufheben, da sie zu Permutationen mit entgegen gesetztem Signum gehören. Es werden dann genau diejenigen Kundenbedienungen übrig bleiben, die keine sich kreuzenden Routen aufweisen, und das ist gerade, wonach **Frage 2** sucht. Überraschend und beeindruckend ist, dass dieser abgeänderte Term gerade die Definition der *Determinante* der Matrix T darstellt, so dass also **Frage 2** beantwortet wird durch

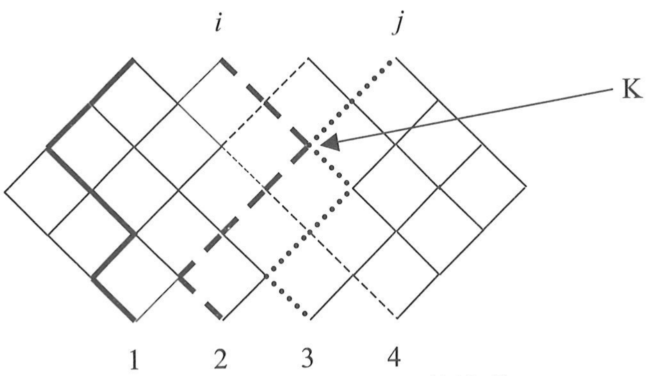
$$\det(T) = \sum_{\pi \in S_4} \operatorname{sgn}(\pi) \cdot t_{1\pi(1)} \cdot t_{2\pi(2)} \cdot t_{3\pi(3)} \cdot t_{4\cdot\pi(4)} = 4116$$

Nun bleibt noch, das Lemma zu beweisen: Sei dazu eine beliebige Kundenbedienung KB1 gegeben, in der mindestens eine Kreuzung auftritt. Sei i ($i \in \{1,2,3,4\}$) die kleinste Zahl, so dass Route i eine Kreuzung aufweist. (Gemäss Voraussetzung muss so ein i existieren.) Sei j ($j \in \{1,2,3,4\}$) die grösste Zahl, so dass Route j Route i schneidet. Sei K die letzte Kreuzung (vor den Kunden), die die Routen i und j aufweisen (vgl. Abb. 8). Sei π_1 die zu KB1 gehörige Permutation.

Nun vertauschen wir einfach die Endstücke der Routen i und j ab der Kreuzung K, d.h. Route i führt neu zu $\pi_1(j)$, und Route j führt neu zu $\pi_1(i)$. Sonst lassen wir alles unverändert. Diese neue Kundenbedienung KB2 gehöre etwa zur Permutation π_2 (vgl. Abb. 9).



(Abb.8)



(Abb.9)

Nun ist offenbar $\pi_2 = (\pi_1(i), \pi_1(j)) \circ \pi_1$, also gleich der Komposition von π_1 mit einer Transposition. Dies ändert das Signum! Wegen Punkt h) in Abschnitt 2 gilt nämlich: $\operatorname{sgn}(\pi_2) = -\operatorname{sgn}(\pi_1)$, womit das Lemma bewiesen wäre.

5. Schlussbemerkung

Der hier nun implizit entwickelte Satz kann leicht auf beliebige gerichtete und nicht-zyklische Graphen mit je n Ein- und Ausgängen ausgeweitet werden. Ist T diejenige Matrix, die an der Stelle (i, j) die Anzahl möglicher Pfade von Eingang i zu Ausgang j enthält, so ist immer die Anzahl der n-Pfade gleich $Perm(T)$ und die Anzahl der paarweise nicht schneidenden Pfade gleich $\det(T)$. Dieser Satz ist erst seit ungefähr 20 Jahren populär, so dass hiermit eine sicherlich willkommene Gelegenheit besteht, auch moderne Mathematik in den Unterricht einfliessen zu lassen.

[1] Arthur T. Benjamin, Naiomi T. Cameron, „*Counting on Determinants*", AMM, Vol. 112, Number 6, June-July 2005, pp.481 - 492

Cours de formation continue organisé par la CRM
(19-22 septembre 2006, Leysin)

Méthodes statistiques : de la théorie à la pratique

Applications de la statistique à des problèmes liés à l'enseignement, au développement et à la vie de tous les jours

Description

L'expérimentation est un outil didactique très apprécié par les professeurs et par les étudiants pour illustrer les concepts liés aux branches scientifiques comme par exemple en biologie, en physique et en chimie. Pour analyser et étudier les mesures, données, recueillies dans les expériences et en tirer des informations pertinentes, on utilise principalement des méthodes statistiques. D'ailleurs, les données jouent un rôle de plus en plus prépondérant dans les entreprises et organisations. En effet, le besoin d'analyse de données est lié, par exemple, à des problèmes vitaux pour le positionnement concurrentiel. La statistique est aussi utilisée en économie, dans le sport, dans la gestion de son portefeuille ainsi que dans l'évaluation de l'enseignement et l'analyse des résultats obtenus par les étudiants dans les travaux écrits.

Dans les cours de mathématiques donnés dans les gymnases romands, le programme traite davantage le calcul classique des probabilités que la statistique. Ce cours de perfectionnement axé sur la pratique permet aux participants de se familiariser avec des méthodes statistiques allant de la collecte, de l'échantillonnage à la modélisation et à l'interprétation de résultats. Ainsi, ils pourront à l'issue du cours compléter leur enseignement en mathématiques par une partie consacrée à la statistique de base. Les concepts introduits aux cours seront illustrés par différents exemples et exercices pratiques à l'aide du logiciel libre de statistique **R**.

Cours

Le cours est divisé en huit parties : la première partie est consacrée à la collecte des données et à l'échantillonnage. On précisera ce que l'on entend par population et échantillon. Données recueillies, les techniques graphiques et numériques d'analyse exploratoire sont présentées dans la seconde partie. Cette démarche est fréquemment appelée statistique descriptive. La troisième partie du cours est dévolue à la modélisation, l'une des tâches des plus importantes de la statistique. On cherche à reconstituer le mieux possible le modèle probabiliste d'une situation aléatoire. Dans la quatrième partie, on se propose d'établir des conclusions précises sur une population au moyen des valeurs observées d'un échantillon. Cette démarche porte le nom d'inférence statistique. On se propose par exemple de comparer les espérances de deux échantillons à l'aide d'intervalles de confiance et\ou de tests d'hypothèses. Un outil de base pour étudier la relation existant entre deux variables est la régression qui sera étudiée dans la cinquième partie du cours. La statistique est un outil très puissant mais on ignore parfois, souvent, ce qu'elle représente, ses principes et ses méthodes. Les résultats statistiques sont parfois difficilement interprétables et doivent être manipulés avec précision, prudence et sans malveillance. D'ailleurs, une analyse statistique peut être effectuée seulement si on connaît parfaitement les méthodes à utiliser, leurs pièges et leurs limites. Dans la sixième partie du cours, on se propose de présenter plusieurs illustrations d'usages abusifs de la statistique dans les graphiques très utilisés dans les mass-médias et dans les sciences puis dans l'interprétation des résultats numériques. Dans la dernière partie du cours, on présentera des méthodes modernes de la statistique telles que la classification et le clustering.

Jacques Zuber

Informationstag für Maturandinnen und Maturanden, Mathematisch-naturwissenschaftliche Fakultät, Universität Zürich

Mittwoch, 15. März 2006, 12.00–18.00 Uhr
Campus Uni-Irchel, Winterthurerstrasse 190, 8057 Zürich

Für Mittelschülerinnen und Mittelschüler, die sich mit der Studienwahl beschäftigten, bietet der Informationstag die Möglichkeit, sich einen lebendigen, praxisnahen Einblick in die Studiengänge der Mathematisch-naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Zürich zu verschaffen: Mathematik, Physik, Chemie, Wirtschaftschemie, Biochemie, Biologie, Umweltwissenschaften, Geographie. Das Programm umfasst unter anderem

- frei wählbare, geführte Rundgänge durch die Institute,
- den Studienbasar (Studienaufbau und -inhalte, Forschung, Nebenfächer etc.),
- Diskussionsmöglichkeiten und persönliche Beratung.

Der Informationstag ist überdies eine gute Gelegenheit, um sich für eine Matura-Arbeit inspirieren zu lassen und Kontakte zu knüpfen.

Auffrischung für Lehrkräfte

Aus aktuellem Anlass sind zum Informationstag vom 15. März 2006 erstmals auch die Mittelschullehrerinnen und -lehrer aus den Fachbereichen Mathematik und Naturwissenschaften herzlich eingeladen. Sie erhalten damit die Gelegenheit, sich aus erster Hand über die Neuregelung der Studiengänge und über das umfassende Angebot der Fakultät zu informieren.

Der Hintergrund: Seit dem Wintersemester 2004/2005 hat die Mathematisch-naturwissenschaftliche Fakultät der Universität Zürich ihre Studiengänge gemäss dem **«European Credit Transfer System ECTS»** angepasst. Schon nach sechs Semestern ist mit dem «Bachelor of Science» ein erster anerkannter Abschluss möglich; wer das Studium fortsetzt, kann nach weiteren drei Semestern mit dem Diplom «Master of Science» abschliessen. Neben anderen Verbesserungen bietet die Neuregelung auch die Möglichkeit, einen Teil des Studiums ohne Zeitverlust an einer anderen schweizerischen oder europäischen Universität zu absolvieren.

Details, Tagesprogramm, Lageplan und alles weitere unter
www.mnf.unizh.ch

(Hinweis: Rubrik «Informationstag» ist online ab 23.1.2006)

ETH-Kolloquium
Naturwissenschaften und Unterricht

Programm Studienjahr 2005/06

Die Lehrerinnen und Lehrer der naturwissenschaftlichen Fächer sind auch im Studienjahr 2005/06 von der ETH Zürich zu vier interessanten Veranstaltungen eingeladen. Mit Beiträgen zu aktuellen Fragen der Wissenschaft und der Gesellschaft aus verschiedenen Forschungsbereichen der ETH Zürich möchten wir Einblicke geben, zur Weiterbildung beitragen und den Gedanken der Interdisziplinarität fördern. Wir freuen uns, wenn viele interessierte Lehrerinnen und Lehrer der Fächer Biologie, Chemie und Physik an die ETH nach Zürich kommen.

Nach den guten Erfahrungen mit dem Samstag im November 2004 haben wir neben drei Nachmittagsprogrammen wiederum einen Samstag im ETH Zentrum vorgesehen (siehe Programm nebenan):
Am Vormittag gibt es zwei wissenschaftliche Beiträge, während der Nachmittag den Maturitätsarbeiten in den naturwissenschaftlichen Fächern gewidmet ist. Drei Professoren berichten vom ETH-Angebot für solche Arbeiten und von Erfahrungen der Institute mit Schülerinnen und Schülern. Sie können die Erfahrungen Ihrer Schüler und Ihre Bedürfnisse einbringen. Daraus werden sich spannende Diskussionen über die Möglichkeiten und Grenzen von Maturitätsarbeiten in Hochschulinstituten ergeben.

Aus organisatorischen Gründen benötigen wir für den Besuch im PSI am Mittwochnachmittag, 29. März 2006, eine Anmeldung mit Angabe von Name, Adresse, Unterrichtsfach und Schule. Bitte spätestens bis am 1. März (PSI), an Robert Gsell richten: robert.gsell@hlm.unizh.ch
Weiterbildung Mittelschulen, Beckenhofstr. 35, 8006 Zürich

Die Initianten des ETH-Kolloquiums:
Prof. Markus Aebi, Departement Biologie, ETH Zürich, aebi@micro.biol.ethz.ch
Prof. Danilo Pescia, Departement Physik, ETH Zürich, pescia@solid.phys.ethz.ch
Prof. Antonio Togni, Departement Chemie und Angewandte Biowissenschaften, ETH Zürich, togni@inorg.chem.ethz.ch
Christian Grütter, Fachdidaktiker Physik, KS Urdorf, gruetter@solid.phys.ethz.ch
Robert Gsell, Weiterbildung Mittelschulen, ZHSF, robert.gsell@hlm.unizh.ch
Urs Wuthier, Fachdidaktiker Chemie, KS Zug, u.wuthier@tic.ch

A. Togni und R. Gsell geben gerne Auskunft über das ETH-Kolloquium „Naturwissenschaften und Unterricht". Der Besuch der wissenschaftlichen Beiträge ist auch für fortgeschrittene, naturwissenschaftlich interessierte Klassen möglich; bitte mit R. Gsell vorher Kontakt aufnehmen.
Informationen und Material zum Kolloquium: www.educeth.ch/chemie

Sommersemester 2006

Mittwoch, 29. März 2006, ca. 13.30 – 17.00 Uhr
Paul Scherrer Institut PSI, 5232 Villigen

Besuch der SLS (Swiss Light Source)

Die Synchrotron Lichtquelle SLS ist eine der modernsten Forschungseinrichtungen in der Schweiz. Sie wird sehr interdisziplinär zur Erforschung von beispielsweise Biomolekülen und Phänomenen an Oberflächen eingesetzt.

Bitte beachten Sie, dass eine Anmeldung erforderlich ist. Ein Detailprogramm des Besuchs wird an die angemeldeten Lehrpersonen verschickt

Montag, 22. Mai 2006, 14.15 – 17.00 Uhr
ETH Hönggerberg, voraussichtlich im Hörsaal HCI J4

Glykobiologie

Bäckerhefe als Werkzeug zur Aufklärung menschlicher Erbkrankheiten
Impfstoffe aus Zucker gegen Malaria und Anthrax

Referenten:
Prof. Markus Aebi, Departement Biologie
Prof. Peter Seeberger, Departement Chemie und Angewandte Biowissenschaften

pädagogische hochschule zürich   Universität Zürich   ETH Eidgenössische Technische Hochschule Zürich Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Zürcher Hochschulinstitut für Schulpädagogik und Fachdidaktik

Kurs-Nr.: FS06.13

Physik und Chemie an Oberflächen

ZIELE / INHALT
„Der liebe Gott schuf den Festkörper, der Teufel dessen Oberfläche" – Dieses Zitat des theoretischen Physikers Wolfgang Pauli zeigt, dass die theoretische Beschreibung von Prozessen und Eigenschaften an/von Oberflächen ihre Tücken hat – verursacht durch die gebrochene Symmetrie an Grenzflächen. Das Zitat hat auch für die experimentelle Untersuchung von Oberflächenphänomenen seine Richtigkeit, da man es an Oberflächen typischerweise mit 10^{14} Atomen pro Quadratzentimeter zu tun hat anstelle von 10^{23} Atomen im Festkörpervolumen. Da aber die Oberfläche eines Festkörpers seine Wechselwirkung mit der Aussenwelt bestimmt, ist eine präzise Kenntnis deren Struktur, sowie deren physikalischen und chemischen Eigenschaften von grosser Bedeutung. Dies gilt umso mehr in der modernen Nanotechnologie, da die kleinsten Nanostrukturen fast nur noch aus Oberflächen und Grenzflächen bestehen.

Es werden spektroskopische und mikroskopische Messmethoden vorgestellt, mit welchen man chemische Elementenanalyse, Strukturbestimmung und Abbildung von Atomen und Molekülen auf Oberflächen durchführen kann. Zur Illustration werden die Teilnehmenden eine chemische Spurenanalyse (Quecksilber aus Amalgam-Zahnfüllungen) durchführen können, sowie Oberflächen mit einem Raster-Kraftmikroskop abbilden.

ZIELPUBLIKUM
Lehrpersonen für Naturwissenschaften

KURSLEITUNG
Jürg Osterwalder, Prof. Dr., Simon Berner, Dr., und Carine Galli Marxer, Dr.,
Physik-Institut der Universität Zürich

DATEN / ZEIT
Freitag, 10. März 2006, 09.30 - 16.30 Uhr

KURSORT
Physik-Institut, Universität Zürich

KOSTEN
Fr. 120.-

ANMELDUNG
bis 31.1.06
www.webpalette.ch > Sekundarstufe II > Universität Zürich HLM/ZHSF
oder an Höheres Lehramt Mittelschulen, Weiterbildung, Beckenhofstr. 35, 8006 Zürich

pädagogische hochschule zürich

Universität Zürich

ETH
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Zürcher Hochschulinstitut für Schulpädagogik und Fachdidaktik

Kurs-Nr. FS06.14

Erzählen im Unterricht

ZIELE / INHALT
Gute Erzählende haben es als Lehrpersonen leichter im Unterricht. Erzählen kann die Aufmerksamkeit fördern und eine Beziehung zum Publikum schaffen. Erzählen ist eine Grundform des Lehrens.

Der Kurs befasst sich mit diesem Aspekt des Unterrichtens und bezieht sich auf die Schulrealität, wie wir sie im Alltag erleben. Was trägt die moderne Erzähltheorie zu einem besseren Verständnis bei? Welche Regeln gilt es bei einem zielgerichteten Erzählen zu beachten, und wie reagieren die Klassen darauf? Konkrete Hinweise fördern das Verständnis für die beim Erzählen und Zuhören ablaufenden Prozesse.

Grundbegriffe der Erzähltheorie wie Adressivität (Michail Bachtin) oder performatives Sprechen und Handeln (John Austin) werden erläutert und mit Beispielen illustriert. Vorschläge für eine praxisnahe Umsetzung werden erarbeitet. Die Teilnehmenden können gerne eigene Erfahrungen mit dem Erzählen einbringen.

Vom Kursleiter ist 2005 im Aulis-Verlag erschienen: Mit Geschichten und Erzählungen motivieren. Beispiele für den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht.

ZIELPUBLIKUM
Alle Lehrpersonen auf der Sekundarstufe, die am Erzählen interessiert sind.

KURSLEITUNG
Fritz Kubli, Dr., Kantonsschule Enge, Zürich

DATEN / ZEIT
Mittwoch, 10., 17. und 31. Mai 2006, je 18.00 - 20.00 Uhr

KURSORT
Zürich

KOSTEN
Fr. 120.-

ANMELDUNG
bis 31.3.06
www.webpalette.ch > Sekundarstufe II > Universität Zürich HLM/ZHSF
oder an Höheres Lehramt Mittelschulen, Weiterbildung, Beckenhofstr. 35, 8006 Zürich

pädagogische hochschule zürich | Universität Zürich | ETH Eidgenössische Technische Hochschule Zürich Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Zürcher Hochschulinstitut für Schulpädagogik und Fachdidaktik

Kurs-Nr. FS06.8

Mathematik-Unterricht quo vadis? – Von Schwierigkeiten und Möglichkeiten

ZIELE / INHALT
Dies ist die erste einer losen Folge eintägiger Veranstaltungen, in denen – teilweise unter Mitwirkung von externen Expert/-innen – mathematische, mathematikdidaktische, unterrichtspraktische und auch schulpolitische Fragen des Mathematikunterrichts diskutiert werden sollen.

Ausgehend von einer Analyse des Ist-Zustandes sollen unter Einbezug von allgemein- und mathematikdidaktischen Forschungsergebnissen Möglichkeiten für eine Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts auf der Sekundarstufe diskutiert und exemplarisch Unterrichtsmaterial bis zur Einsatzreife im Unterricht erarbeitet werden. Dabei haben die Teilnehmenden Gelegenheit, in einem von ihnen selbst bestimmten Umfang eigene Beiträge zu leisten.

Zwei Fragen werden immer wieder Thema sein: Das Verhältnis von Konstanz und Wandel im Mathematikunterricht, sowie die Frage nach der Bedeutung des Mathematikunterrichts für die Allgemeinbildung.

An der ersten Sitzung vom 1. April 06 wird – neben einigen weiteren Aspekten des Unterrichts in Differentialrechnung – das Thema Kurvendiskussion ein Fokus sein. Anlässlich eines Mathematiktags hat Rektor A. Noger, Präsident der Schweizerischen Gymnasialrektorenkonferenz, einige kritische Fragen zum gängigen Mathematikunterricht gestellt und je einen Ausschnitt aus einer Maturprüfung von 1901, von 1954 und von 2004 gezeigt. Jedes Mal ging es um eine Kurvendiskussion. Woher kommt es, dass die Kurvendiskussion seit über 100 Jahren einen so festen Platz im Mathematikunterricht hat? Soll und kann das so bleiben? Unter welchen Bedingungen haben Kurvendiskussionen einen allgemeinbildenden Wert?

Im Hinblick auf die Frage nach dem allgemeinbildenden Wert des Mathematikunterrichts lautet eine der Schlüsselfragen: Welche mathematischen Gegenstände, Ideen, Methoden im Bereich der Schulmathematik sind aus Sicht des Allgemeinbildungsauftrags besonders ergiebig, weil sie technisch vergleichsweise einfach und trotzdem mit einem für die Schüler/innen erkennbaren Mehrwert verbunden sind? Wie können Unterrichtseinheiten, die mit einem Minimum an Voraussetzungen auskommen, gestaltet werden? Als Beispiel wird in der ersten Veranstaltung der Themenkreis public key Verschlüsselung – der ein Glücksfall für den Mathematikunterricht ist – angesprochen und ein Selbststudienmaterial für die Schüler/innen vorgestellt.

ZIELPUBLIKUM
Gymnasiallehrpersonen im Fach Mathematik

KURSLEITUNG
Urs Kirchgraber, Prof. Dr., Departement Mathematik, ETH Zürich

DATEN / ZEIT
Samstag, 1. April 2006, 09.30 - 16.15 Uhr

KURSORT
ETH Zürich

KOSTEN
Fr. 120.-

ANMELDUNG
bis 28.2.06
www.webpalette.ch > Sekundarstufe II > Universität Zürich HLM/ZHSF
oder an Höheres Lehramt Mittelschulen, Weiterbildung, Beckenhofstr. 35, 8006 Zürich

pädagogische hochschule zürich

Universität Zürich

ETH Eidgenössische Technische Hochschule Zürich Swiss Federal Institute of Technology Zurich

Zürcher Hochschulinstitut für Schulpädagogik und Fachdidaktik

Kurs-Nr. FS06.9

Matrizen im gymnasialen Mathematikunterricht

ZIELE / INHALT
Im Schwerpunktfach „Physik und Anwendungen der Mathematik PAM" oder im Ergänzungsfach „Anwendungen der Mathematik" lassen sich interessante Fragestellungen mit Matrizen behandeln. Dank den modernen Taschenrechnern können auch höherdimensionale Probleme angegangen werden. Nebst der Abbildungsgeometrie im Raum kommen im Kurs auch Probleme aus den Naturwissenschaften und wirtschaftliche Anwendungen zur Sprache.
Methodisches:
Es wird ein in der Unterrichtspraxis erprobtes Skript mit Übungen abgegeben.

ZIELPUBLIKUM
Lehrpersonen der Mathematik und Physik

KURSLEITUNG
Heinz Klemenz, Prof., Fachdidaktiker Mathematik Universität Zürich, KS Rychenberg Winterthur

DATEN / ZEIT
Donnerstag, 8. Juni 2006, 09.00 - 16.30 Uhr

KURSORT
Zürich

KOSTEN
Fr. 120.-

ANMELDUNG
bis 15.4.06
www.webpalette.ch > Sekundarstufe II > Universität Zürich HLM/ZHSF
oder an Höheres Lehramt Mittelschulen, Weiterbildung, Beckenhofstr. 35, 8006 Zürich

Impressum

Herausgeber – *Éditeur*
VSMP / SSPMP / SSIMF

Korrespondenz – *Correspondance*
Wolfgang Pils wolfgang.pils@bluewin.ch
Bergstr. 48 Tel. 044 881 75 65
8424 Embrach

Layout – *Mise en page*
Jean-Luc Barras jeanluc.barras@postmail.ch
Es Novallys 224 Tél. 026 912 98 24
1628 Vuadens

Inserateverwaltung – *Publicité*
Urs Zimmermann uzimmermann@kzu.ch
Sonnhaldenstr. 17 Tel. 044 872 31 31
8184 Bachenbülach

Adressänderung – *Changement d'adresse*
VSMP Mitglieder – *Membres de la SSPMP*
VSG – SSPES – SSISS
Sekretariat, Postfach 8742
3001 Bern
Abonnenten die nicht Mitglieder der VSMP sind
Wolfgang Pils wolfgang.pils@bluewin.ch
Bergstr. 48 Tel. 044 881 75 65
8424 Embrach

Druck und Versand – *Imprimerie*
Niedermann Druck AG
Rorschacherstrasse 290
9016 St. Gallen

Redaktionsschluss (Erscheinungsdatum)
– *Délais de rédaction (de parution)*

Nr. 101	30.04.2006 (20.06.2006)
Nr. 102	31.08.2006 (20.10.2006)
Nr. 103	31.12.2006 (20.02.2007)

Präsidentin VSMP – SSPMP – SSIMF
Elisabeth McGarrity mcgarrity@rhone.ch
Bäjiweg 45 Tel. 079 34 34 862
3902 Brig-Glis

Deutschschweizerische Mathematikkommission
Hansjürg Stocker hjstocker@bluewin.ch
Friedheimstrasse 11 Tel. 044 780 19 37
8820 Wädenswil

Deutschschweizerische Physikkommission
Martin Lieberherr lieberhm@mng.ch
Rotbuchsstrasse 32 Tel. 044 363 61 35
8037 Zürich

Commission Romande de Mathématique
Eugène Pasquier eu.pasquier@bluewin.ch
Prachaboud Tél. 026 912 51 26
1661 Le Pâquier-Montbarry

Commission Romande de Physique
Philippe Drompt drompt@swissonline.ch
Rue des Tilles 23 Tél. 032 485 11 09
2603 Péry

Commissione di Matematica della Svizzera Italiana (CMSI)
Arno Gropengiesser groppi@bluewin.ch
Via Vincenzo d'Alberti 13 Tél. 091 751 14 47
6600 Locarno

Bestimmungen für Inserate und Beilagen
– *Tarifs pour les annonces et les annexes*

Ganzseitige Inserate	Fr. 500.–
Halbseitige Inserate	Fr. 300.–
Beilagen bis 20 g	Fr. 500.–
Beilagen über 20 g	Nach Vereinbarung

Auflage – *Tirage*
900. Erscheint dreimal jährlich.

Internet-Adressen – Adresses Internet

http://www.vsmp.ch — http://www.sspmp.ch — http://www.ssimf.ch